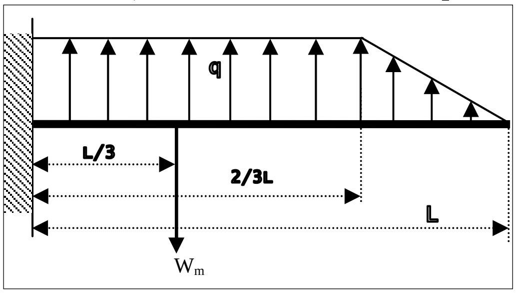
Cognome………………………….. Nome…………………………….. Matr……………….

Si assuma come W (peso di progetto) ed L=b/2 (semiapertura alare) i valori da voi scelti per il velivolo considerato nella esercitazione N. 1.

Si faccia l'ipotesi (valida per tutti indipendentemente dal tipo di velivolo dell'Es. 1) che la forma in pianta dell'ala sia rettangolare con un motore posto ad L/3 dalla radice di peso W_m =W/20, e si assuma la distribuzione di portanza (costante-lineare) di figura.

Volendo calcolare l'andamento del taglio e del momento lungo l'apertura alare:

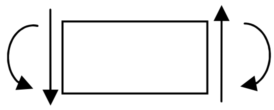


1). Si precisi il sistema di assi di riferimento:

–indichiamo con x l'asse lungo l'apertura alare con origine all'incastro diretto verso l'estremo libero e con z l'asse verticale diretto verso l'alto;

–indichiamo con $\bar{x}$ l'asse lungo l'apertura alare con origine all'estremo libero diretto verso l'incastro e con $\bar{z}$ l'asse verticale diretto verso il basso.

Si noti che con tale convenzione sono positivi le sollecitazioni di figura



2). Indicando con q il carico per unità di lunghezza e con q_0 il suo valore alla radice, assumendo fattore si carico n=1 si calcoli il valore di q_0 in funzione di W,L .

$$\left(\frac{2}{3}L+\frac{1}{2}\frac{L}{3}\right)q_0=\frac{W}{2}\ \Rightarrow\ q_0=\frac{3}{5}\frac{W}{L}\cong 15.484\,\mathrm{N/m}$$

3). Si scriva la legge di variazione di q lungo l'apertura alare nel sistema di assi scelto in 1).

Sistema x,z	Sistema $\bar{x},\bar{z}$
$q=q_0$ per $0\le x\le 2L/3$ $q(x)=\frac{3(L-x)}{L}q_0$ per $2L/3\le x\le L$	$q(\bar{x})=\frac{3\bar{x}}{L}q_0$ per $0\le\bar{x}\le 2L/3$ $q=q_0$ per $2L/3\le\bar{x}\le L$

4). Se si è scelto il sistema di riferimento con origine alla radice, si calcolino le reazioni vincolari.

Reazione verticale		Momento	
espressione	valore	espressione	valore
$T_0=\frac{W}{2}-W_m=\frac{9}{20}W$	180.000N	$M_0=q\frac{2}{3}L\cdot\frac{1}{2}\frac{2}{3}L+\frac{1}{2}q\frac{L}{3}\cdot\left(\frac{2}{3}L+\frac{1}{3}\frac{L}{3}\right)-W_m\frac{L}{3}=\frac{7}{36}WL$	1.205.555Nm

5). Si scrivano le espressioni analitiche del Taglio e del Momento Flettente nei tratti caratteristici nei quali è suddivisa la semi-apertura alare.

Soluzione I - si pone l'origine all'estremo libero ovvero si sceglie l'asse $\bar{x}$, indicando con ξ:

Tratto	Taglio	Momento Flettente
$0\le\bar{x}<\frac{L}{3}$	$T(\bar{x})=-\int_0^{\bar{x}}q(\xi)d\xi=-\frac{9}{10}\frac{W}{L^2}\bar{x}^2$	$M(\bar{x})=\int_0^{\bar{x}}q(\xi)\cdot\xi d\xi=\frac{3}{10}\frac{W}{L^2}\bar{x}^3$
$\frac{L}{3}<\bar{x}\le\frac{2}{3}L$	$T(\bar{x})=T\left(\frac{L}{3}\right)-\int_{L/3}^{\bar{x}}q\cdot d\xi$ $=-\frac{3}{5}\frac{W}{L}\bar{x}+\frac{1}{10}W$	$M(\bar{x})=M\left(\frac{L}{3}\right)-T\left(\frac{L}{3}\right)\cdot\left(\bar{x}-\frac{L}{3}\right)+\int_{L/3}^{\bar{x}}q\cdot\left(\xi-\frac{L}{3}\right)\cdot d\xi$ $=\left(\frac{1}{90}L-\frac{1}{10}\bar{x}+\frac{3}{10}\frac{\bar{x}^2}{L}\right)W$
$\frac{2}{3}L\le\bar{x}\le L$	$T(\bar{x})=T\left(\frac{2}{3}L\right)-\int_{2L/3}^{\bar{x}}q\cdot d\xi+W_m$	$M(\bar{x})=M\left(\frac{2L}{3}\right)-\left[T\left(\frac{2L}{3}\right)+W_m\right]\cdot\left[\bar{x}-\frac{2L}{3}\right]+\int_{2L/3}^{\bar{x}}q\left(\xi-\frac{2}{3L}\right)d\xi$

Cognome………………………….. Nome……………………………….. Matr……………….

	$=(-\frac{3}{5}\frac{\bar{x}}{L}+\frac{3}{20})W$	$=(\frac{2}{45}L-\frac{3}{20}\bar{x}+\frac{3}{10}\frac{\bar{x}^2}{L})W$

Soluzione II - si pone l'origine alla radice dell'ala ovvero si sceglie l'asse x, indicando con ξ:

Tratto	Taglio	Momento Flettente
$0\le x<\frac{L}{3}$	$T(x)=-T_0+\int_0^x q\cdot d\xi=-T_0+q\cdot x$ $=\frac{3}{5}\frac{W}{L}x-\frac{9}{20}W$	$M(x)=M_0+T_0x+\int_0^x q\cdot\xi\cdot d\xi$ $=\frac{7}{36}WL-\frac{9}{20}Wx+\frac{3}{10}W\frac{x^2}{L}$
$\frac{L}{3}<x\le\frac{2}{3}L$	$T(x)=T\left(\frac{L}{3}\right)-W_m+\int_{L/3}^x q\cdot d\xi$ $=-\frac{3}{10}W+q\cdot x-q\frac{L}{3}$ $=-\frac{5}{10}W+\frac{3}{5}\frac{W}{L}x$	$M(x)=M\left(\frac{L}{3}\right)+\left(T\left(\frac{L}{3}\right)-W_m\right)\cdot\left(x-\frac{L}{3}\right)+\int_{L/3}^x q\cdot\xi\cdot d\xi$ $=\frac{7}{90}WL-\frac{3}{10}W\cdot\left(x-\frac{L}{3}\right)+\frac{1}{2}q\cdot\left(x-\frac{L}{3}\right)^2$ $=\frac{19}{90}WL-\frac{15}{30}Wx+\frac{3}{10}W\frac{x^2}{L}$
$\frac{2}{3}L\le x\le L$	$T(x)=T\left(\frac{2}{3}L\right)+\int_{2L/3}^x q\cdot d\xi$ $=-\frac{1}{10}W-3\cdot q\frac{L}{2}\cdot\left(1-\frac{x}{L}\right)^2+3\cdot q\frac{L}{2}\frac{4}{9}$ $=-\frac{9}{10}W+\frac{9}{5}\frac{W}{L}x-\frac{9}{10}\frac{W}{L^2}x^2$	$M(x)=M\left(\frac{2}{3}L\right)+T\left(\frac{2}{3}L\right)\cdot\left(x-\frac{2}{3}L\right)+\int_{2L/3}^x q\cdot\xi\cdot d\xi$ $=\frac{1}{90}WL-\frac{1}{10}W\cdot\left(x-\frac{2}{3}L\right)-\frac{3}{4}qL\cdot\left(\frac{2}{3}-\frac{x}{L}\right)^2$ $=\frac{3}{10}WL-\frac{9}{10}Wx+\frac{9}{10}W\frac{x^2}{L}-\frac{3}{10}W\frac{x^3}{L^2}$

6). Scrivere l'espressione analitica del Taglio e del Momento Flettente ed i valori numerici all'incastro (reazioni vincolari) e nei punti posti a distanza di 1/3L, 2/3L, ed L dalla radice dell'ala.

Punto	Taglio		Momento Flettente	
	espressione	valore	espressione	valore
x=0 (y=L)	$-\frac{9}{20}W$	–180.000 N	$\frac{7}{36}W\cdot L$	1.205.556 Nm
$x=(L/3)^-$	$-\frac{1}{4}W$	–100.000 N	$\frac{7}{90}W\cdot L$	482.222 Nm
$x=(L/3)^+$	$-\frac{3}{10}W$	–120.000 N		
x=(2L/3)	$-\frac{1}{10}W$	–40.000 N	$\frac{1}{90}W\cdot L$	68.889 Nm
x=L	0	0	0	0

Cognome………………………….. Nome……………………………….. Matr……………….

7). Nel caso in cui si sia scelto un sistema con origine nell'estremo libero verificare che le reazioni vincolari trovate siano tali da rispettare le condizioni di equilibrio globale, scrivendone le espressioni analitiche.

Taglio		Momento Flettente	
espressione	valore	espressione	valore
$T_0 = \frac{W}{2} - W_m = \frac{9}{20} W$	180.000N	$M_0 = q\frac{2}{3}L \cdot \frac{1}{2}\frac{2}{3}L + \frac{1}{2}q\frac{l}{3} \cdot \left(\frac{2}{3}L + \frac{1}{3}\frac{L}{3}\right) - W_m \frac{L}{3} = \frac{7}{36} WL$	1.205.555Nm

8). Disegnare i diagrammi del Taglio e del Momento Flettente.