



SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

La barra di Hopkinson

***COSTRUZIONE DI MACCHINE E PROGETTAZIONE
AGLI ELEMENTI FINITI***

Ing. Mancini Edoardo



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI
eCAMPUS
ON LINE DECRETO MIUR 30-01-2006

04/12/2015

Leggi costitutive del materiale

Parte elastica

$$\sigma = E\varepsilon$$

Hooke

Parte plastica

$$\sigma = k\varepsilon_{tot}^n$$

Power law

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma = B + H\varepsilon_{tot} \\ \sigma = \sigma_0 + H\varepsilon_{pl} \end{array} \right.$$

Bilineare

$$\sigma = \sigma_0 + A(1 - e^{-b\varepsilon_{pl}}) + A_0\varepsilon_{pl}$$

Voce

Leggi costitutive del materiale

Plasticità ciclica

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma = \sigma_0 + A(1 + e^{-b\varepsilon_{pl}}) \\ d\alpha_{ij} = \frac{C}{\sigma_0} \cdot (\sigma_{ij} - \alpha_{ij}) \cdot d\varepsilon_p - \gamma \cdot \alpha_{ij} \cdot d\varepsilon_p \end{array} \right.$$

Chaboche

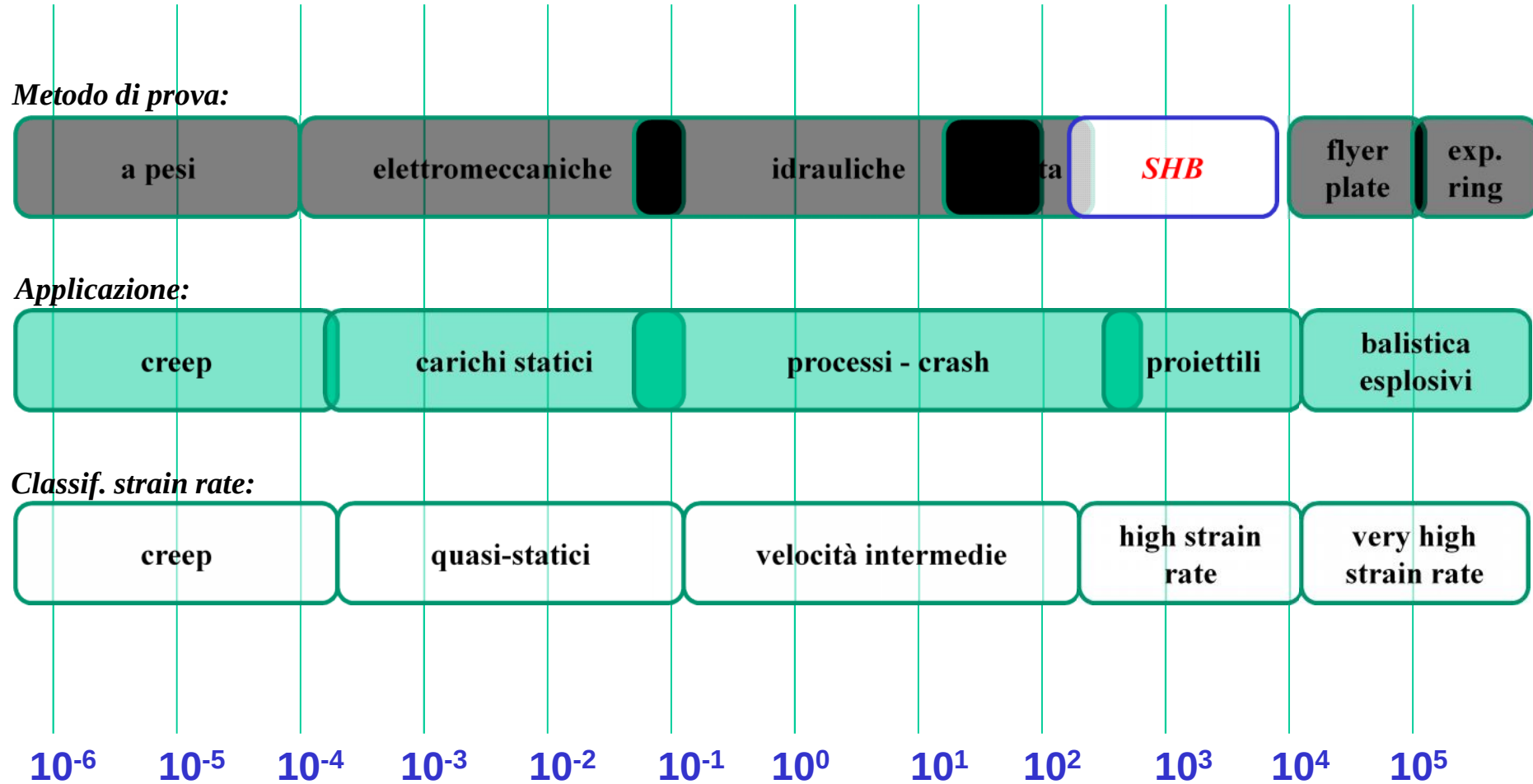
High strain rate

$$\sigma = \left(A + B\varepsilon_{pl}^n \right) \cdot \left(1 + C \log \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0} \right) \cdot (1 - T^{*m})$$

Johnson-Cook

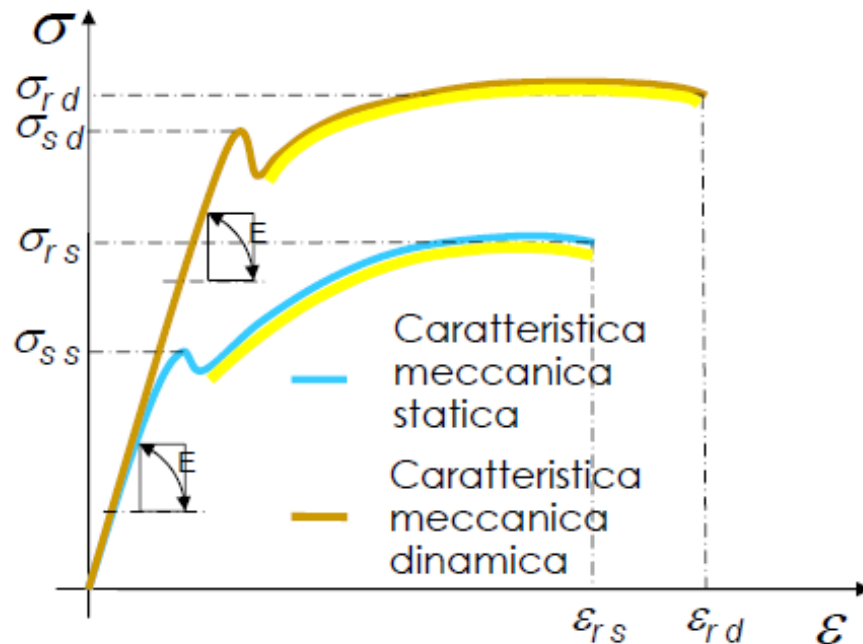
$$T^* = \frac{T - T_{amb}}{T_{melt} - T_{amb}}$$

Split Hopkinson Bar



Split Hopkinson Bar

PERCHÉ STUDIARE I MATERIALI AD ELEVATA VELOCITÀ DI DEFORMAZIONE?



- Variazione della tensione di snervamento
- Variazione della tensione di rottura
- Variazione dell'allungamento a rottura??
- Variazione del comportamento inerte del materiale

La velocità di deformazione non ha effetto rilevante sul modulo di elasticità del materiale per molti materiali

Split Hopkinson Bar

PERCHÉ STUDIARE I MATERIALI AD ELEVATA VELOCITÀ DI DEFORMAZIONE?

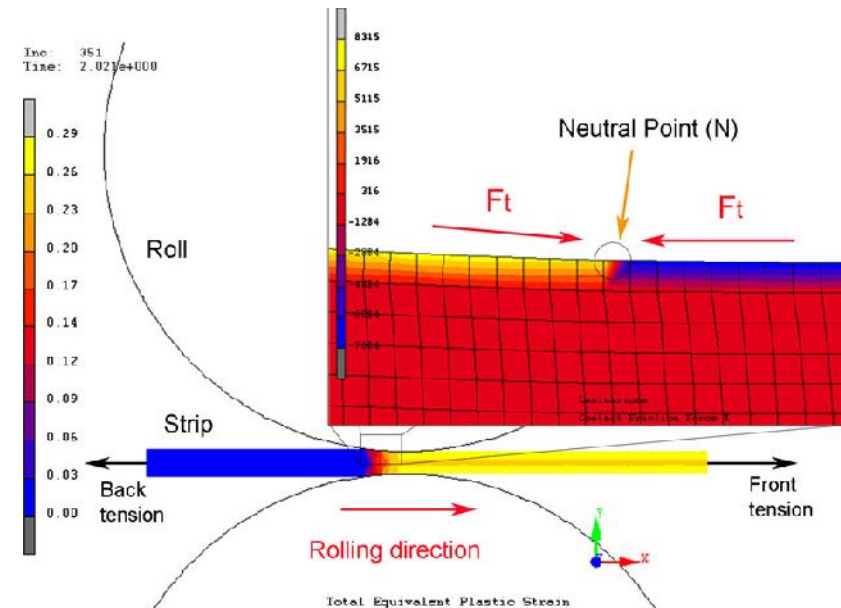
- La sensibilità allo strain rate varia da materiale a materiale
- Alcuni materiali presentano una sensibilità già a strain rate dell'ordine di 10^0 s^{-1}
- Altri invece iniziano a mostrare un marcato comportamento dipendente dallo strain rate solo al disopra di un certo valore

Split Hopkinson Bar

PERCHÉ STUDIARE I MATERIALI AD ELEVATA VELOCITÀ DI DEFORMAZIONE?

Different applications:

- Crash test
- Ballistic
- Fast forming processes (e.g. Rolling, sheet metal forming, etc.)



Split Hopkinson Bar

PROVE AD ALTA VELOCITÀ DI DEFORMAZIONE (STRAIN-RATE)

- Velocità di deformazione: definizione

$$\dot{\delta} = \frac{d\delta}{dt} \quad \dot{\varepsilon} = \frac{d\varepsilon}{dt}$$

- Se la velocità di deformazione è costante:

$$\dot{\delta} = \frac{\delta}{t}$$

- Se si considera deformazione ingegneristica:

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{1}{L_0} \frac{dL}{dt} = \frac{V}{L_0}$$

Split Hopkinson Bar

PROVE AD ALTA VELOCITÀ DI DEFORMAZIONE (STRAIN-RATE)

- Poiché:

$$\delta = \int_0^l \frac{dl}{l} = \ln(1 + \varepsilon)$$

- Ne risulta

$$\dot{\delta} = \frac{1}{dt} \ln(1 + \varepsilon) = \frac{\dot{\varepsilon}}{1 + \varepsilon}$$

Split Hopkinson Pressure Bar

La barra di Hopkinson deve il proprio nome al suo **ideatore**, l'inglese **Bertram Hopkinson** (1874 – 1918). Nel **1914** ne propose la prima versione e sviluppò una procedura sperimentale per **misurare la massima pressione generata dall'impatto di un proiettile**.



Nel **1948**, **Rhisiart Morgan Davies** (1903 – 1958), intuendo i limiti tecnologici del metodo originale di Hopkinson, introdusse una nuova tecnica **per la misura delle deformazioni assiali e radiali ad alta velocità di deformazione**.

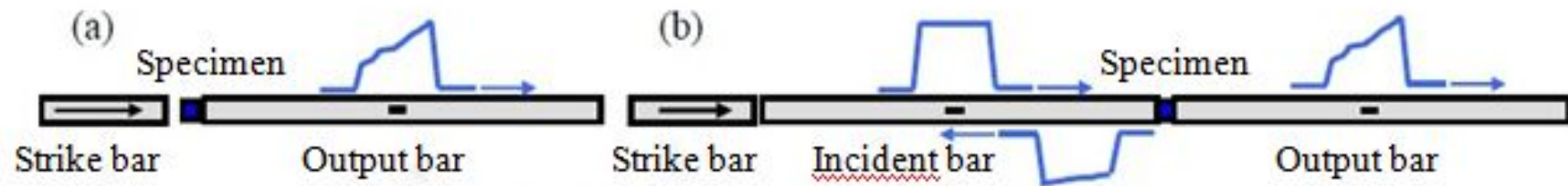
Nel **1949**, **Herbert Kolsky** (1917 – 1992) pubblicò un articolo sulla misura delle proprietà meccaniche di diversi materiali (polietilene, gomma, PMMA, rame e piombo) ad alte velocità di carico usando una Hopkinson Pressure Bar modificata, in seguito conosciuta come **“Kolsky Bar”** o **“Split-Hopkinson Pressure Bar” (SHPB)**.



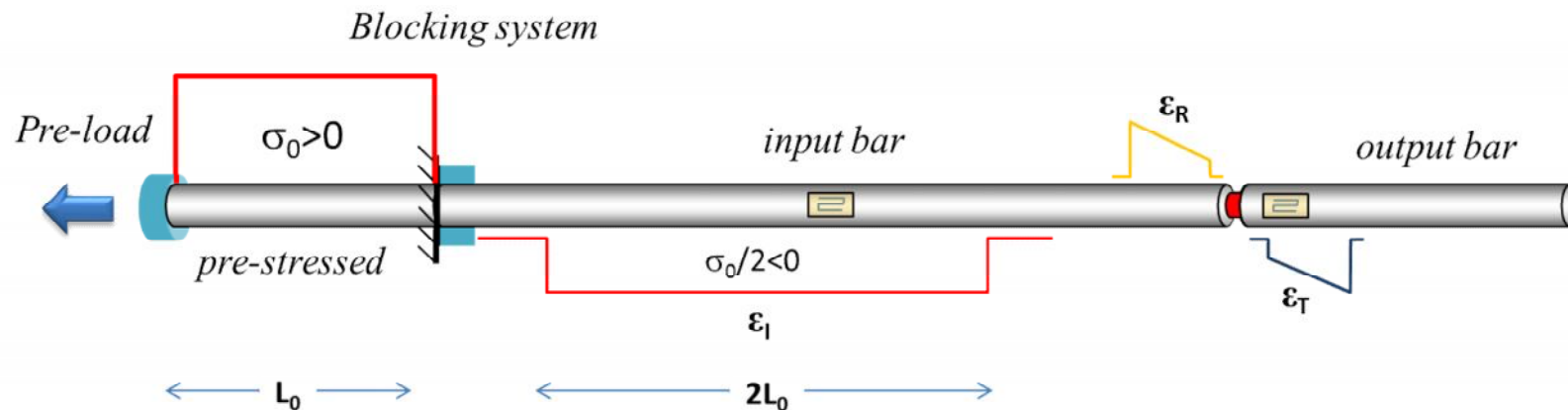
Split Hopkinson Pressure Bar

Versione Classica

Esistono due configurazioni di base: la "*sigle pressure bar*" (o barra di Davies) (a) e la "*Split-Hopkinson Pressure Bar*" (SHPB) (b).



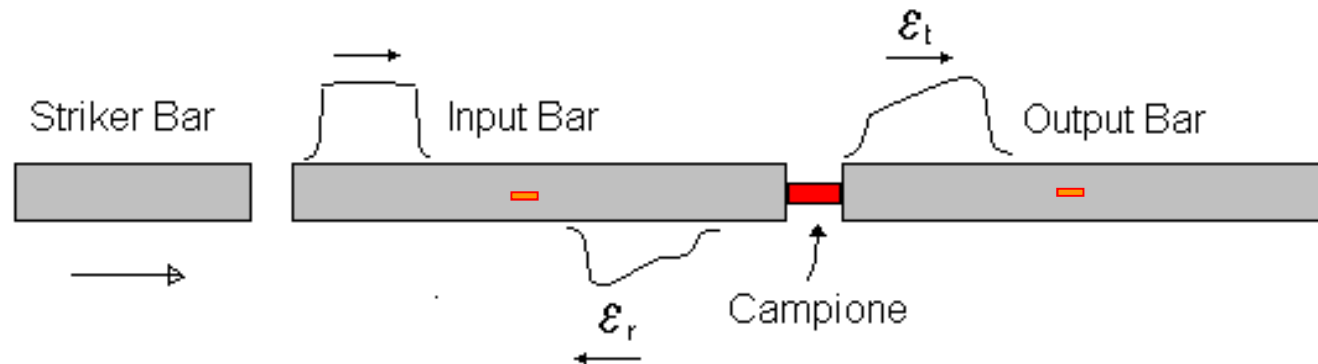
Versione a trazione diretta



Split Hopkinson Pressure Bar

Versione Classica

- Consiste di tre barre allineate, una denominata *Striker Bar*, che viene sparata contro la prima barra denominata *Input Bar*, la quale è separata dall'ultima barra, denominata *Output Bar*, mediante l'interposizione del campione



- Il principio di funzionamento si basa sulla **generazione di un'onda di tensione-deformazione e la sua propagazione attraverso i componenti dell'apparato**. L'impulso, che si propaga lungo la barra, si trasmette al provino che subisce deformazioni plastiche. Dallo studio della propagazione delle onde nelle barre si risale al comportamento del materiale del provino.

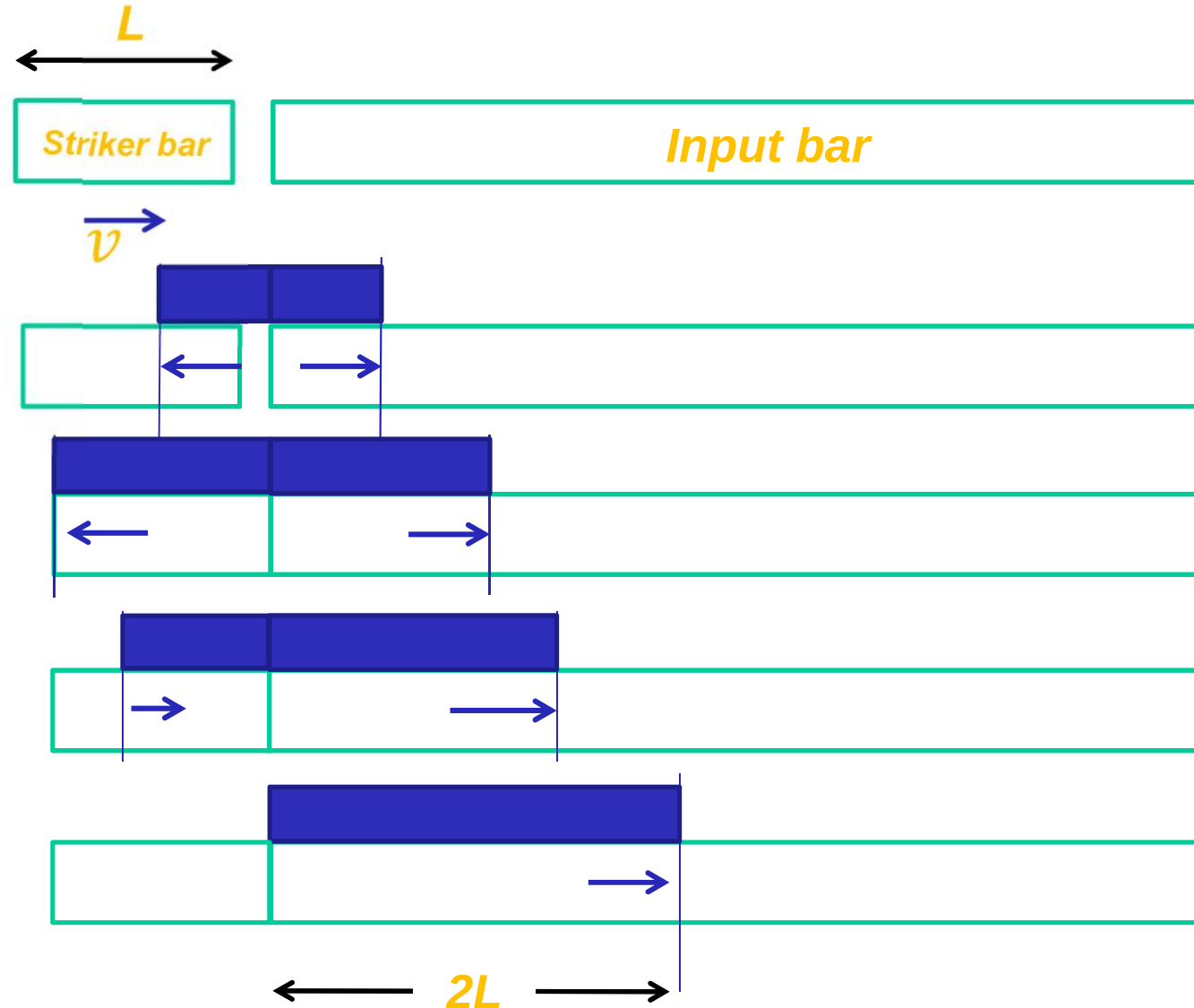
Split Hopkinson Pressure Bar

GENERAZIONE DELL'ONDA ELASTICA

$$\sigma = \rho c \frac{v}{2}$$

$$t = 2 \frac{L}{c}$$

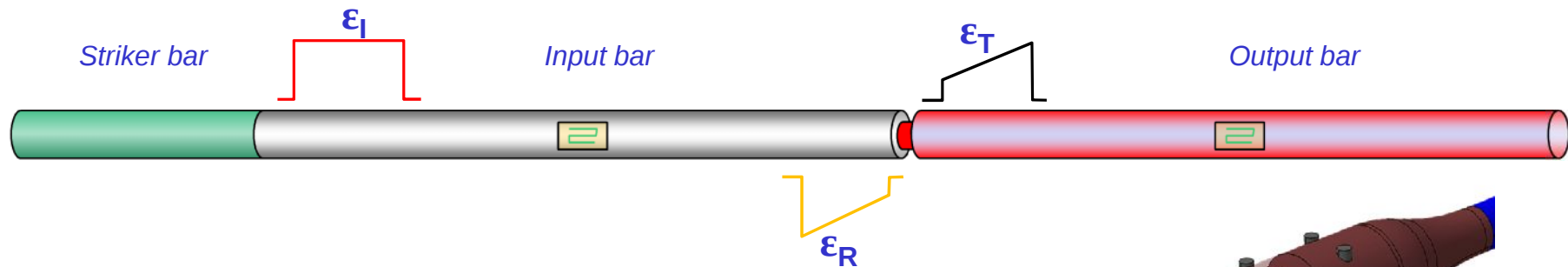
$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$



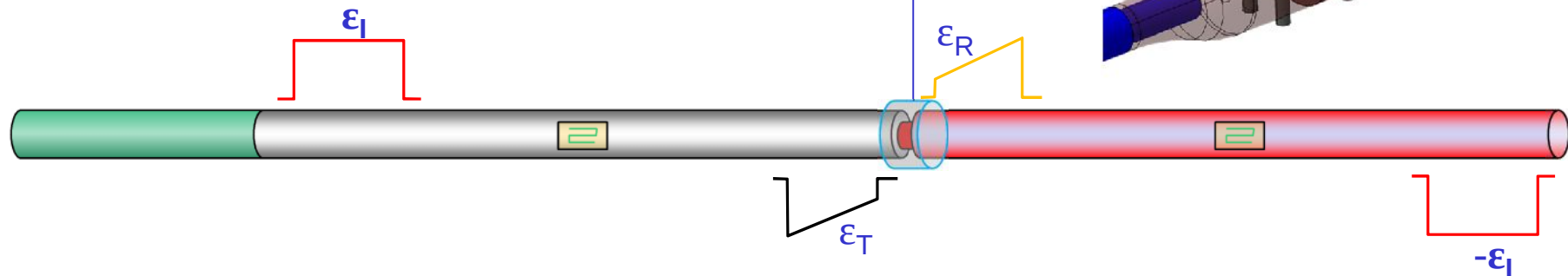
Split Hopkinson Pressure Bar

La barra di Hopkinson nella *versione classica*

Test di Compressione



Test di Trazione



$$\sigma(t) = \frac{A_b \cdot E_b}{A_s} \varepsilon_t(t) \quad \dot{\varepsilon}(t) = -\frac{2C_0}{L_s} \varepsilon_r(t) \quad \varepsilon(t) = -\frac{2C_0}{L_s} \int_0^t \varepsilon_r(t) \cdot dt$$

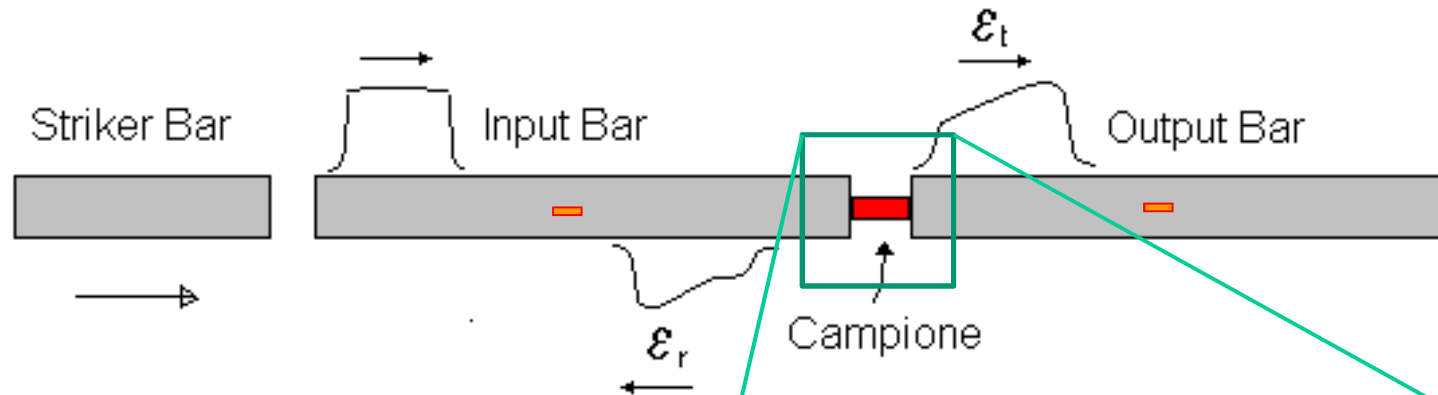
Split Hopkinson Bar

MISURA DELLA DEFORMAZIONE, VELOCITÀ DI DEFORMAZIONE E TENSIONE NOMINALI NEL PROVINO

- Ipotesi semplificative:
 1. la propagazione delle onde nelle barre di pressione può essere descritta da una teoria monodimensionale elastica
 2. all'interno del provino la distribuzione delle deformazioni è uniforme e lo stato tensionale è anch'esso uniforme e monoassiale
 3. l'effetto dell'inerzia sia radiale che longitudinale del provino è trascurabile e quindi il campione si trova in equilibrio dinamico;
 4. l'attrito alle interfacce tra le barre di pressione ed il provino è trascurabile;
 5. l'effetto dell'inerzia laterale delle barre di pressione è trascurabile e quindi il fenomeno della dispersione meccanica delle onde elastiche non si verifica;
 6. la lunghezza del provino è trascurabile.

Split Hopkinson Bar

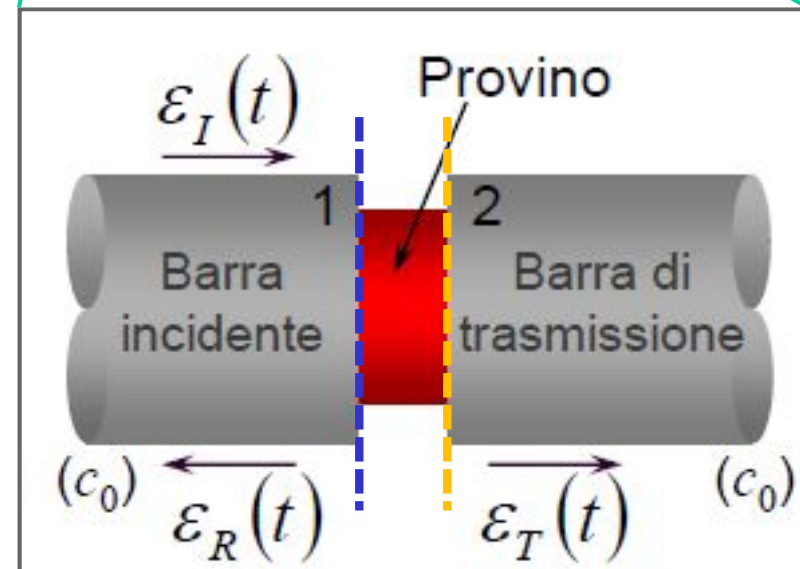
MISURA DELLA DEFORMAZIONE, VELOCITÀ DI DEFORMAZIONE E TENSIONE



$$\dot{\varepsilon}(t) = -\frac{2C_0}{L_s} \varepsilon_r(t)$$

$$\varepsilon(t) = -\frac{2C_0}{L_s} \int_0^t \varepsilon_r(t) \cdot dt$$

$$\sigma(t) = \frac{A_b \cdot E_b}{A_s} \varepsilon_t(t)$$



Split Hopkinson Bar

**MISURA DELLA DEFORMAZIONE, VELOCITÀ DI DEFORMAZIONE E TENSIONE
NOMINALI NEL PROVINO**

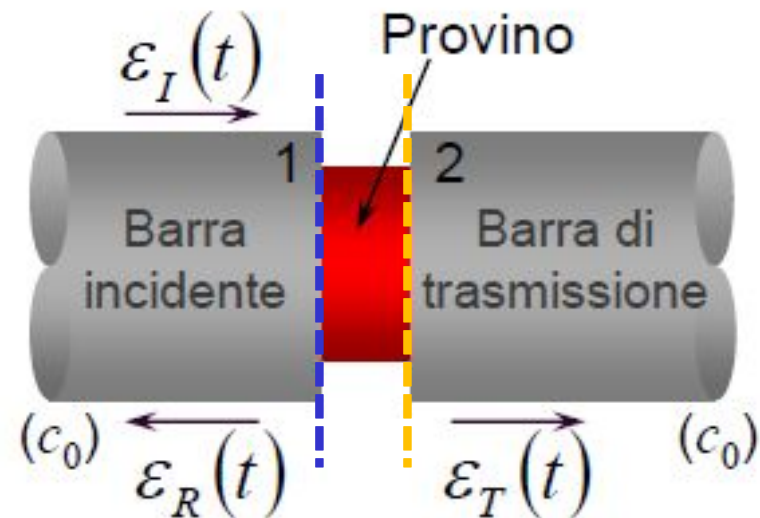
(i valori che si ottengono sono valori medi)

ε_i ε_r ε_t

*Secondo la teoria della
propagazione monodimensionale
delle onde elastiche*

$$u_1 = c_0 \int_0^t [\varepsilon_r(\tau) - \varepsilon_i(\tau)] d\tau$$

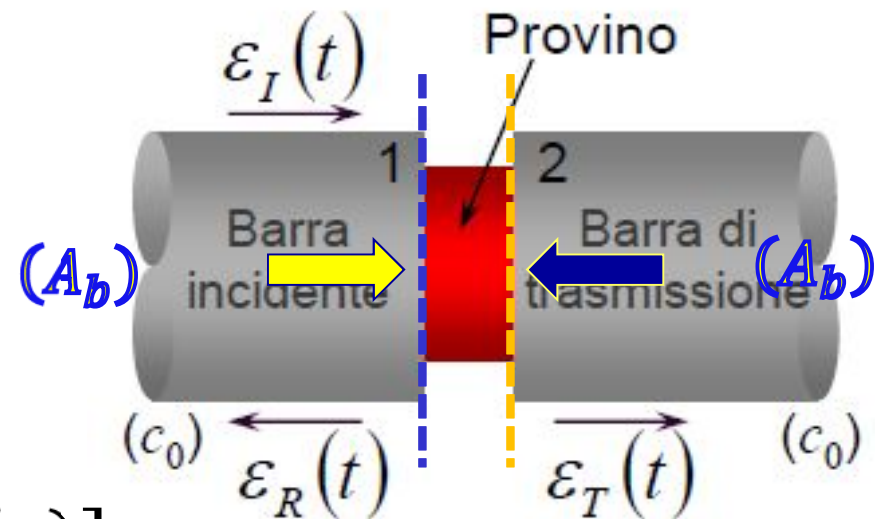
$$u_2 = -c_0 \int_0^t [\varepsilon_t(\tau)] d\tau$$



Split Hopkinson Bar

**MISURA DELLA DEFORMAZIONE, VELOCITÀ DI DEFORMAZIONE E TENSIONE
NOMINALI NEL PROVINO**

ε_i ε_r ε_t



$$P_1 = A_b E_b [\varepsilon_i(\tau) + \varepsilon_r(\tau)]$$

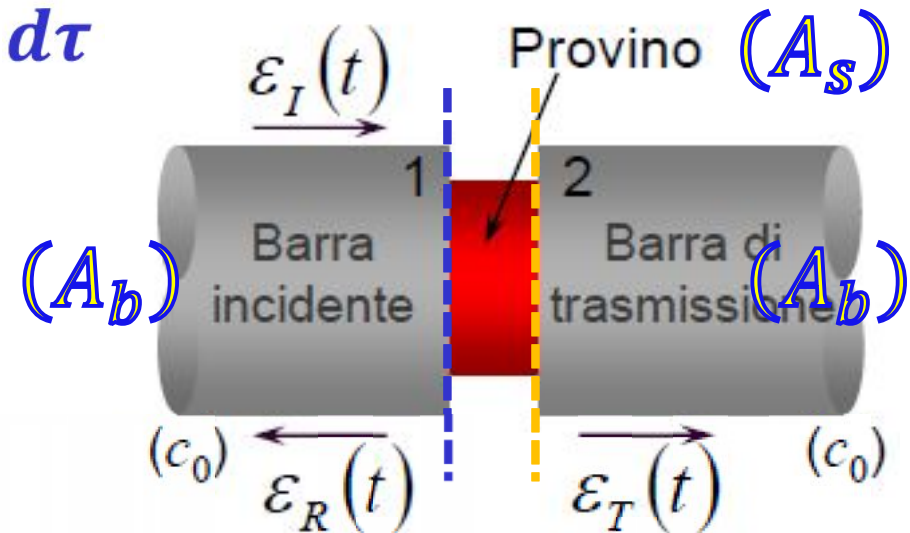
$$P_2 = A_b E_b [\varepsilon_t(\tau)]$$

Split Hopkinson Bar

MISURA DELLA DEFORMAZIONE, VELOCITÀ DI DEFORMAZIONE E TENSIONE NOMINALI NEL PROVINO

$$u_1 = c_0 \int_0^t [\varepsilon_r(\tau) - \varepsilon_i(\tau)] d\tau$$

$$u_2 = -c_0 \int_0^t [\varepsilon_t(\tau)] d\tau$$



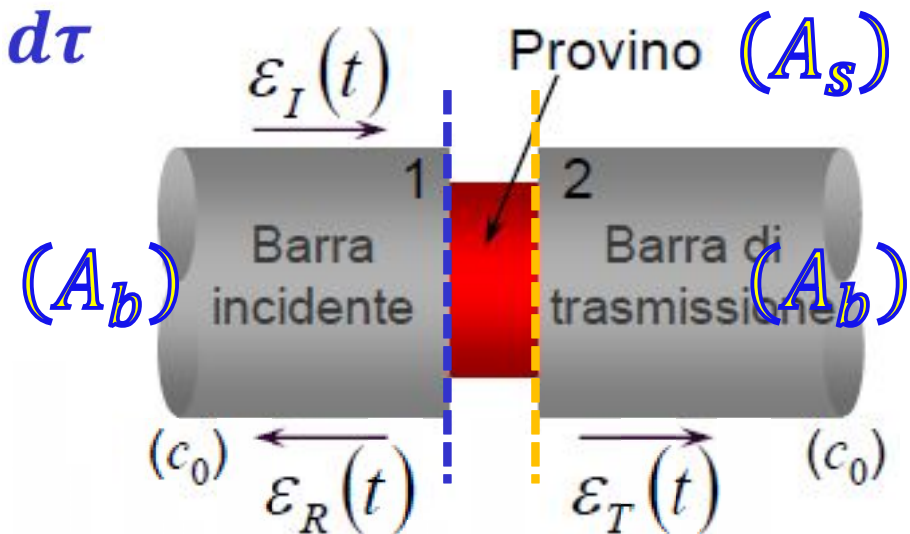
$$\varepsilon(t) = \frac{u_2(t) - u_1(t)}{L_s} = \frac{c_0}{L_s} \int_0^t [\varepsilon_i(\tau) - \varepsilon_r(\tau) - \varepsilon_t(\tau)] d\tau$$

Split Hopkinson Bar

MISURA DELLA DEFORMAZIONE, VELOCITÀ DI DEFORMAZIONE E TENSIONE NOMINALI NEL PROVINO

$$u_1 = c_0 \int_0^t [\varepsilon_r(\tau) - \varepsilon_i(\tau)] d\tau$$

$$u_2 = -c_0 \int_0^t [\varepsilon_t(\tau)] d\tau$$



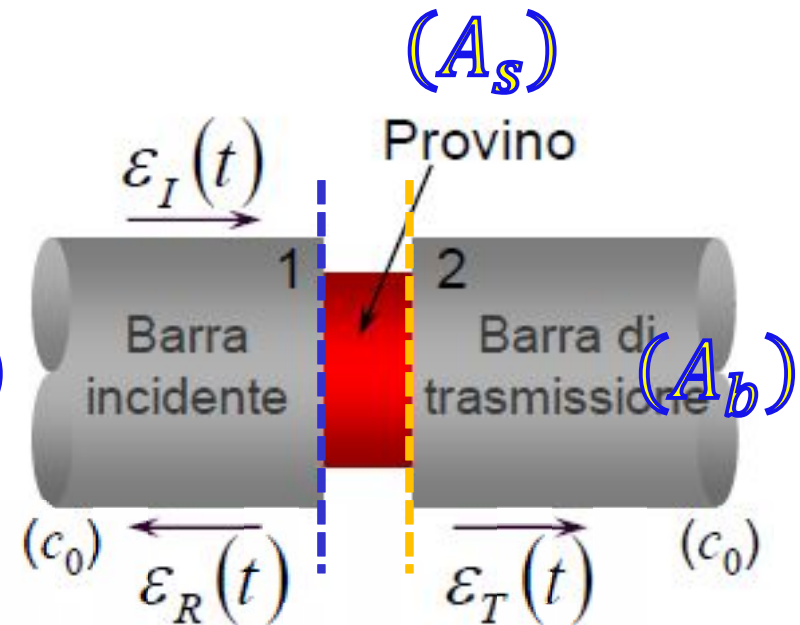
$$\dot{\varepsilon}(t) = \frac{d[u_2(t) - u_1(t)]}{L_s dt} = \frac{c_0}{L_s} [\varepsilon_i(t) - \varepsilon_r(t) - \varepsilon_t(t)]$$

Split Hopkinson Bar

MISURA DELLA DEFORMAZIONE, VELOCITÀ DI DEFORMAZIONE E TENSIONE
NOMINALI NEL PROVINO

$$P_1 = A_b E_b [\varepsilon_i(\tau) + \varepsilon_r(\tau)]$$

$$P_2 = A_b E_b [\varepsilon_t(\tau)] \quad (A_b)$$



$$\sigma(t) = \frac{P_1(t) + P_2(t)}{2A_s} = \frac{A_b E_b}{2A_s} [\varepsilon_i(t) + \varepsilon_r(t) + \varepsilon_t(t)]$$

Split Hopkinson Bar

**MISURA DELLA DEFORMAZIONE, VELOCITÀ DI DEFORMAZIONE E TENSIONE
NOMINALI NEL PROVINO**

***Se $P_1(t)$ è uguale a $P_2(t)$, allora il provino si deforma
uniformemente e si trova in equilibrio dinamico***

$$P_1(t) = P_2(t) \rightarrow \varepsilon_i(t) + \varepsilon_r(t) = \varepsilon_t(t)$$

$$\dot{\varepsilon}(t) = -\frac{2c_0}{L_s} [\varepsilon_r(t)]$$

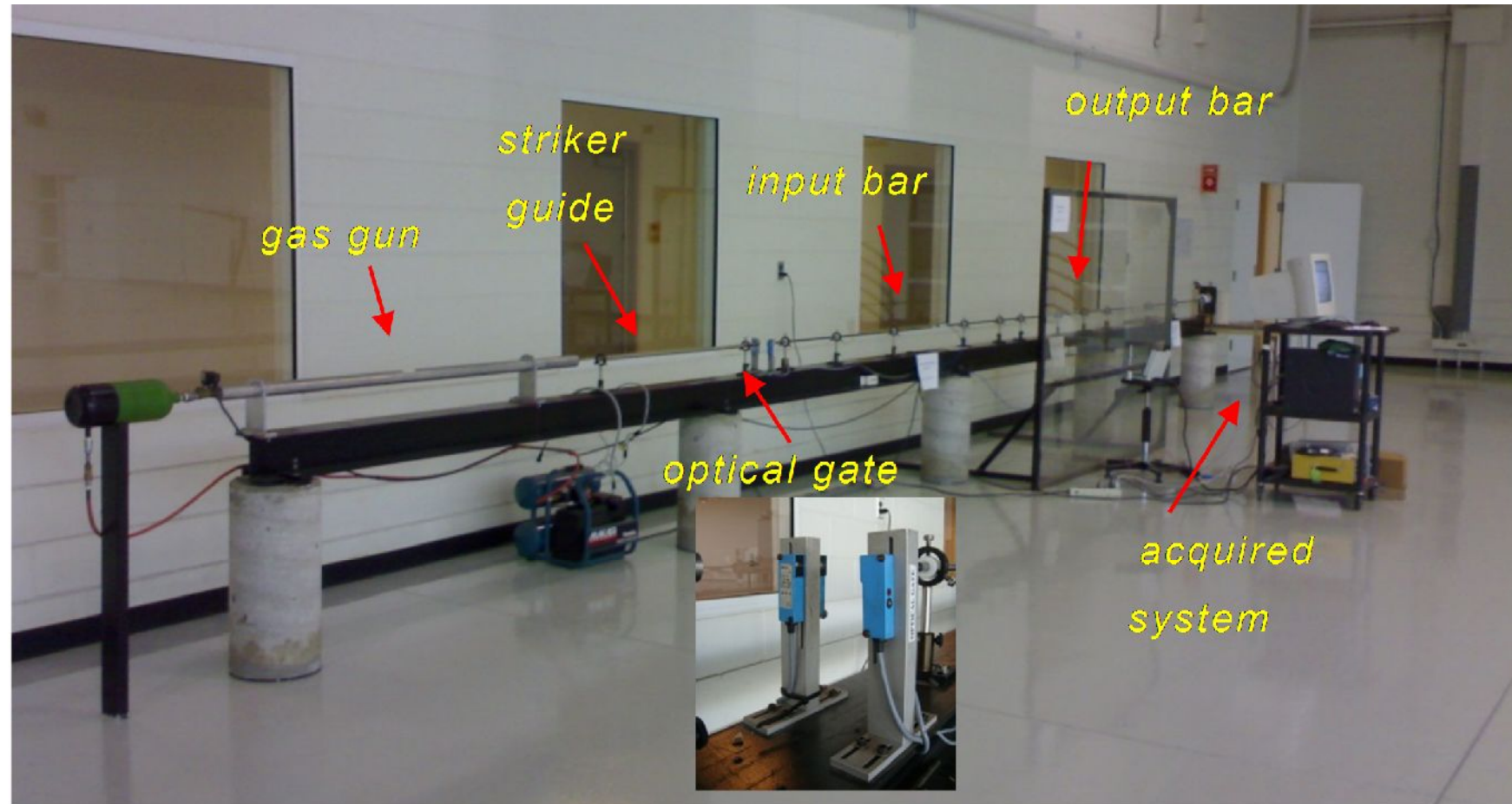
$$\varepsilon(t) = -\frac{2c_0}{L_s} \int_0^t [\varepsilon_r(\tau)] d\tau$$

$$\sigma(t) = \frac{A_b E_b}{A_s} [\varepsilon_t(t)]$$

***Eliminando il tempo dalle precedenti relazioni (cioè, sincronizzando i
segnali riflesso e trasmesso) si ricava la legge tensione-deformazione del
materiale alla velocità di deformazione raggiunta durante la prova***

Split Hopkinson Bar **Versione Classica**

- SHPB «Detroit, MI USA»



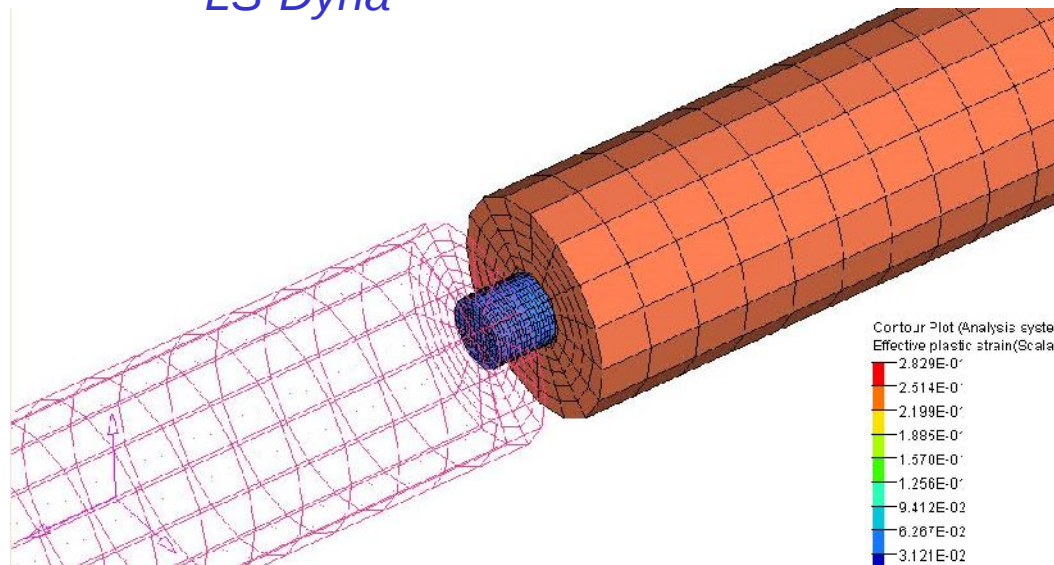
Typical dimensions: bars 3000 (L) x 15 mm (ϕ)
samples 5 (L) x 5 mm (ϕ)

$$\sigma = \rho c \frac{v}{2}$$

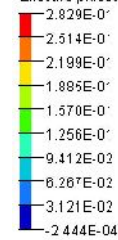
Split Hopkinson Bar

Onde

LS-Dyna

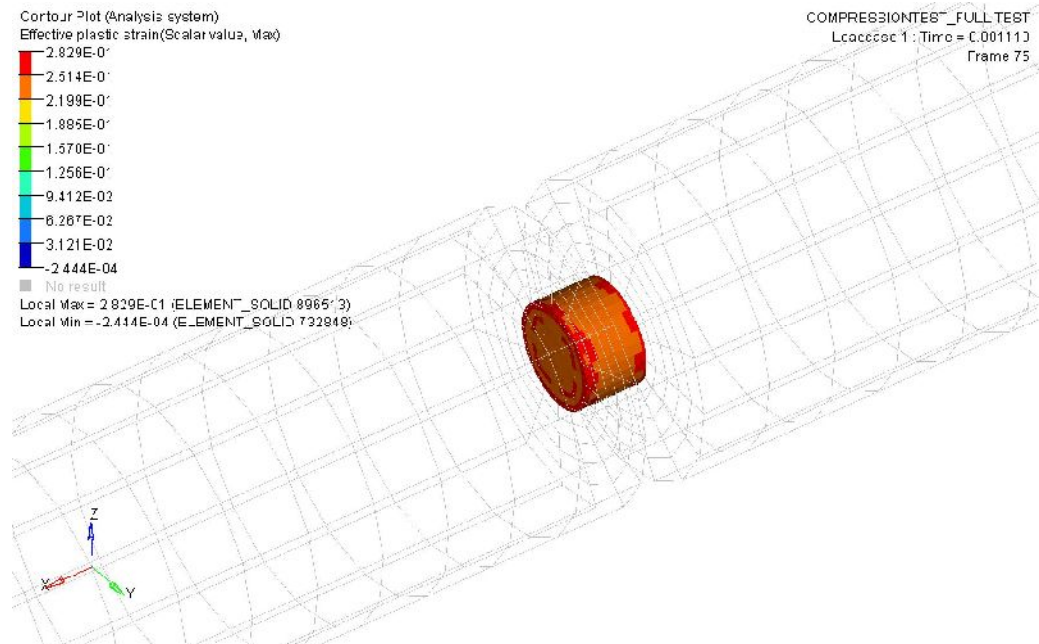


Courtoir Plot (Analysis system)
Effective plastic strain (Scalar value, Max)



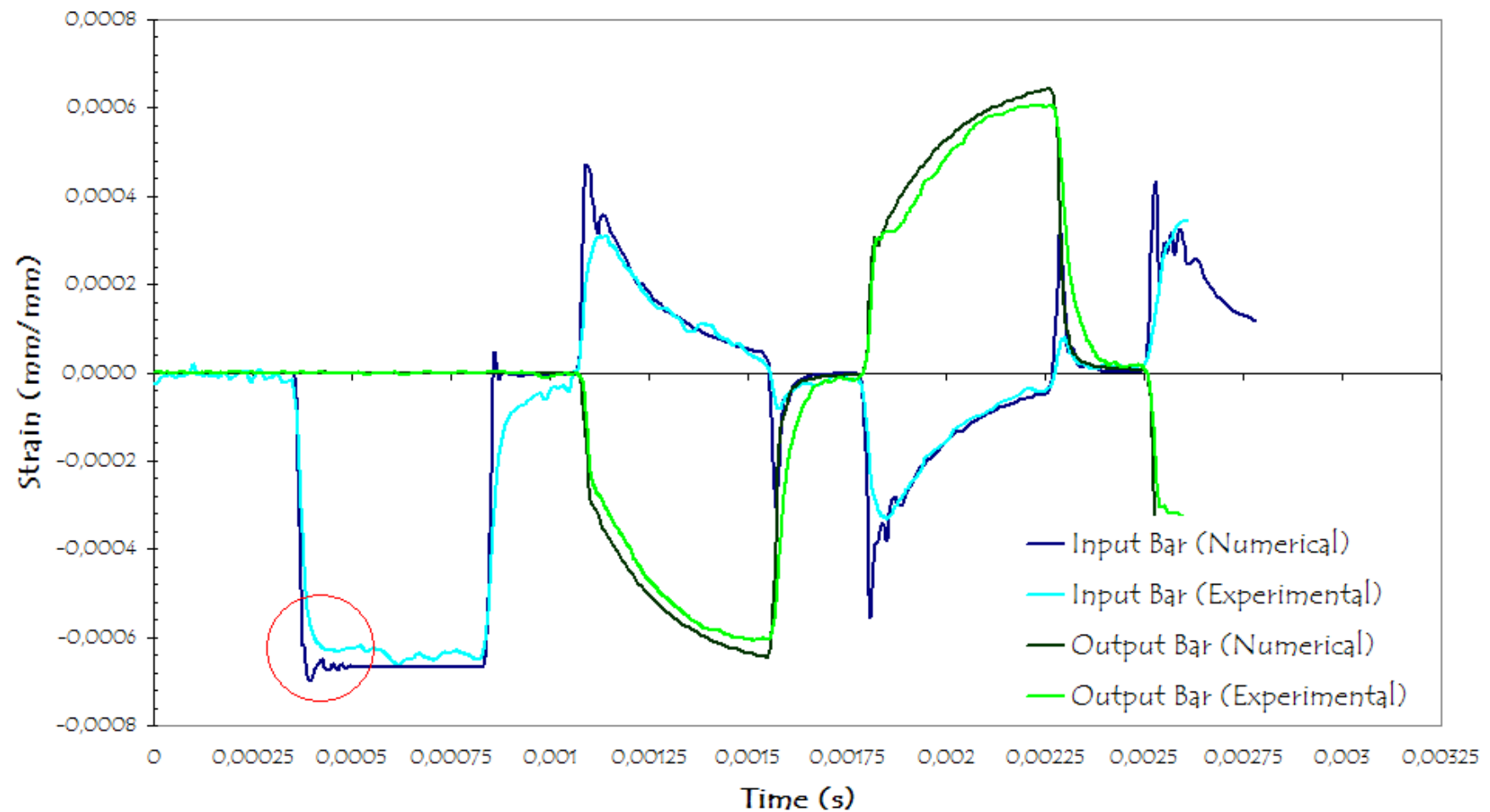
Local Max = 2.829E-01 (ELEMENT_SOLID 8965/3)
Local Min = -2.444E-04 (ELEMENT_SOLID 722848)

COMPRESSIONTEST_FULLTEST
Lcaccsec1 : Time = 0.001113
Frame 75



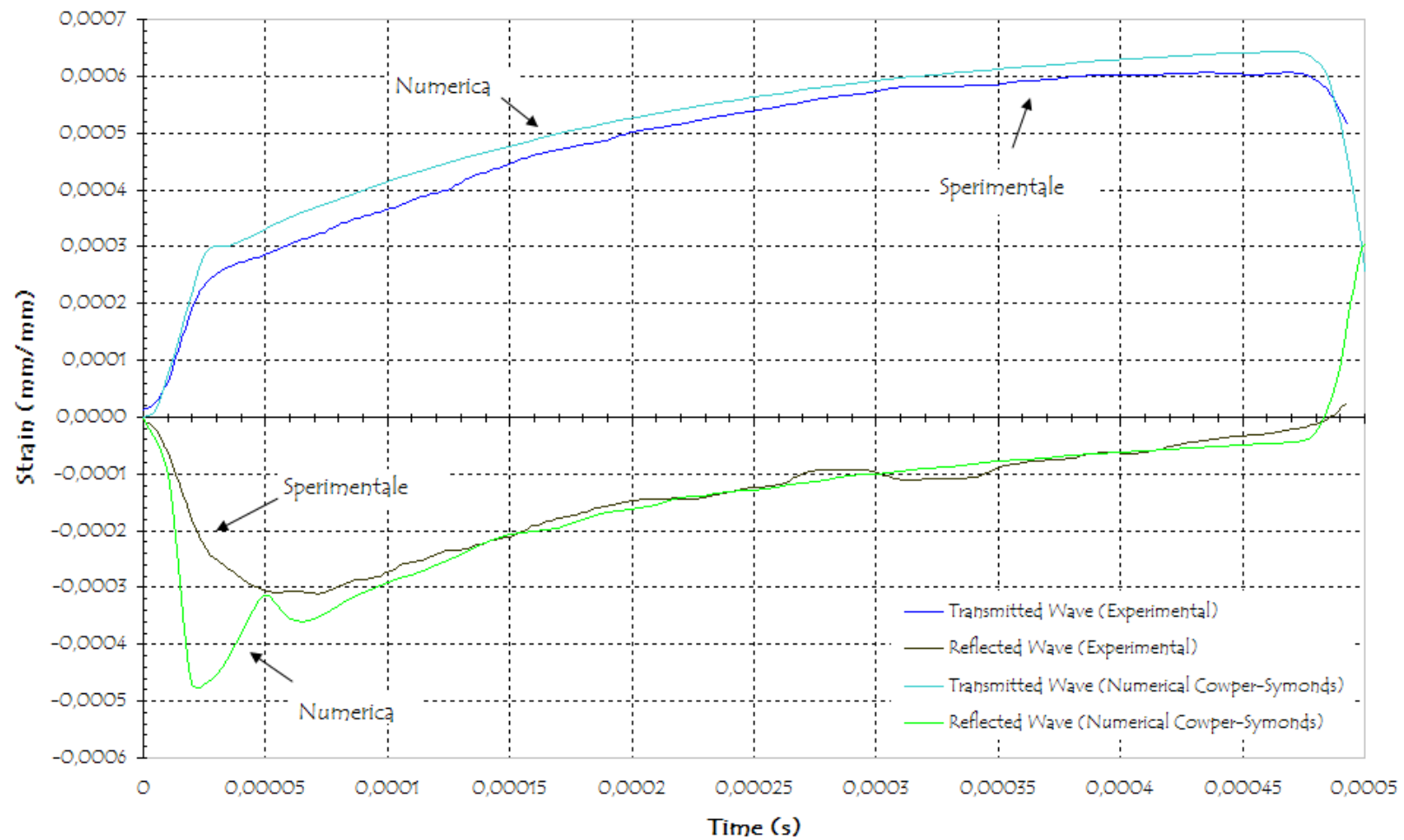
Split Hopkinson Bar

Onde



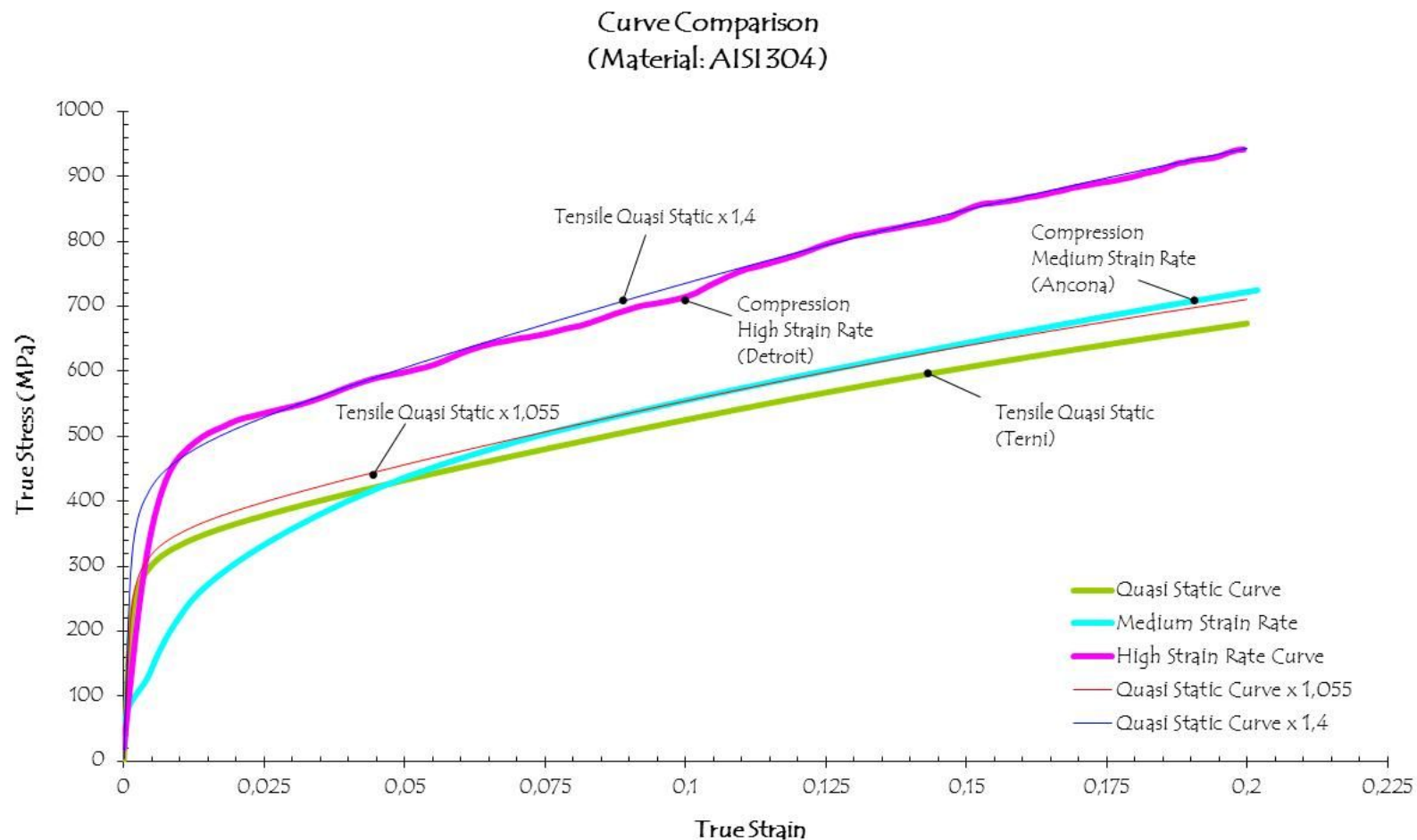
Split Hopkinson Bar

Onde



Split Hopkinson Bar Versione Classica

Confronto Curve del materiale



Split Hopkinson Bar

La barra di Hopkinson nella *versione diretta*

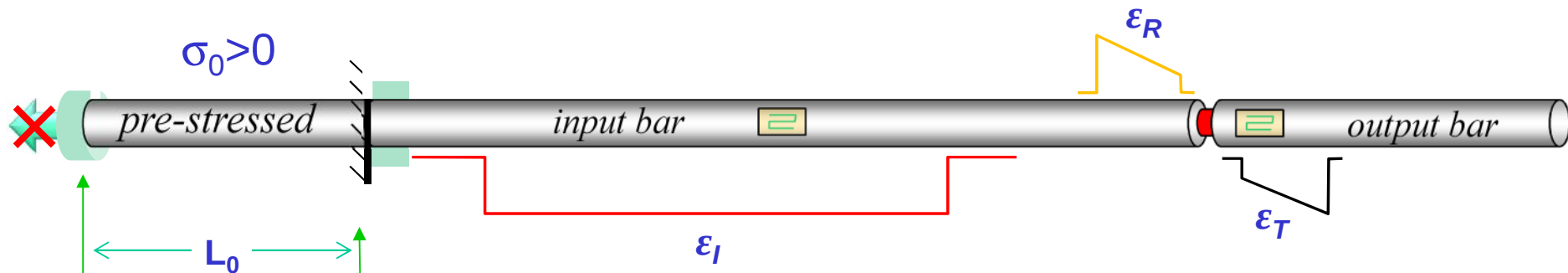
- Le onde di pressione vengono generate pretensionando parte della input bar
- È più compatta rispetto alla versione classica
- Il sistema di generazione dell'onda di input è basato sulla tranciatura di un disco a taglio
- Da la possibilità di ottenere onde di trazione e compressione con rottura dell'elemento sacrificale sempre a monte della pretensionata
- La lunghezza dell'onda è tale che permettere di coprire un range dello strain rate che va da circa 10^2 a circa 2×10^3

Split Hopkinson Bar

La barra di Hopkinson nella *versione diretta*

Pre-load

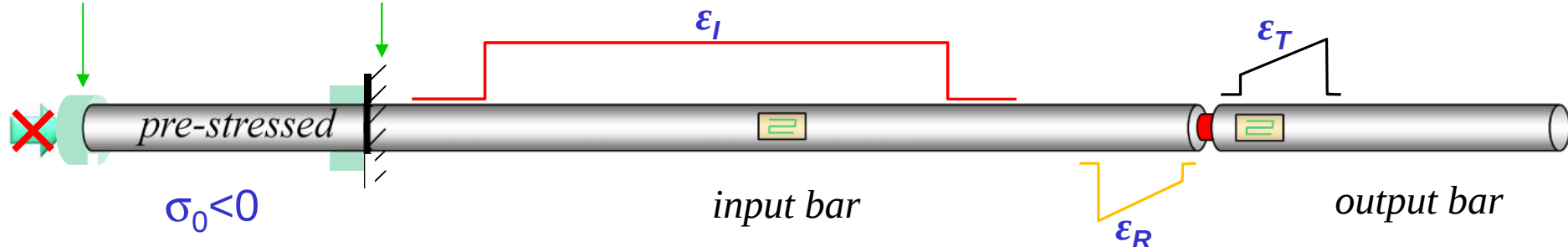
Compression test: Pre-stressed in tension



Release
this part

Blocking system

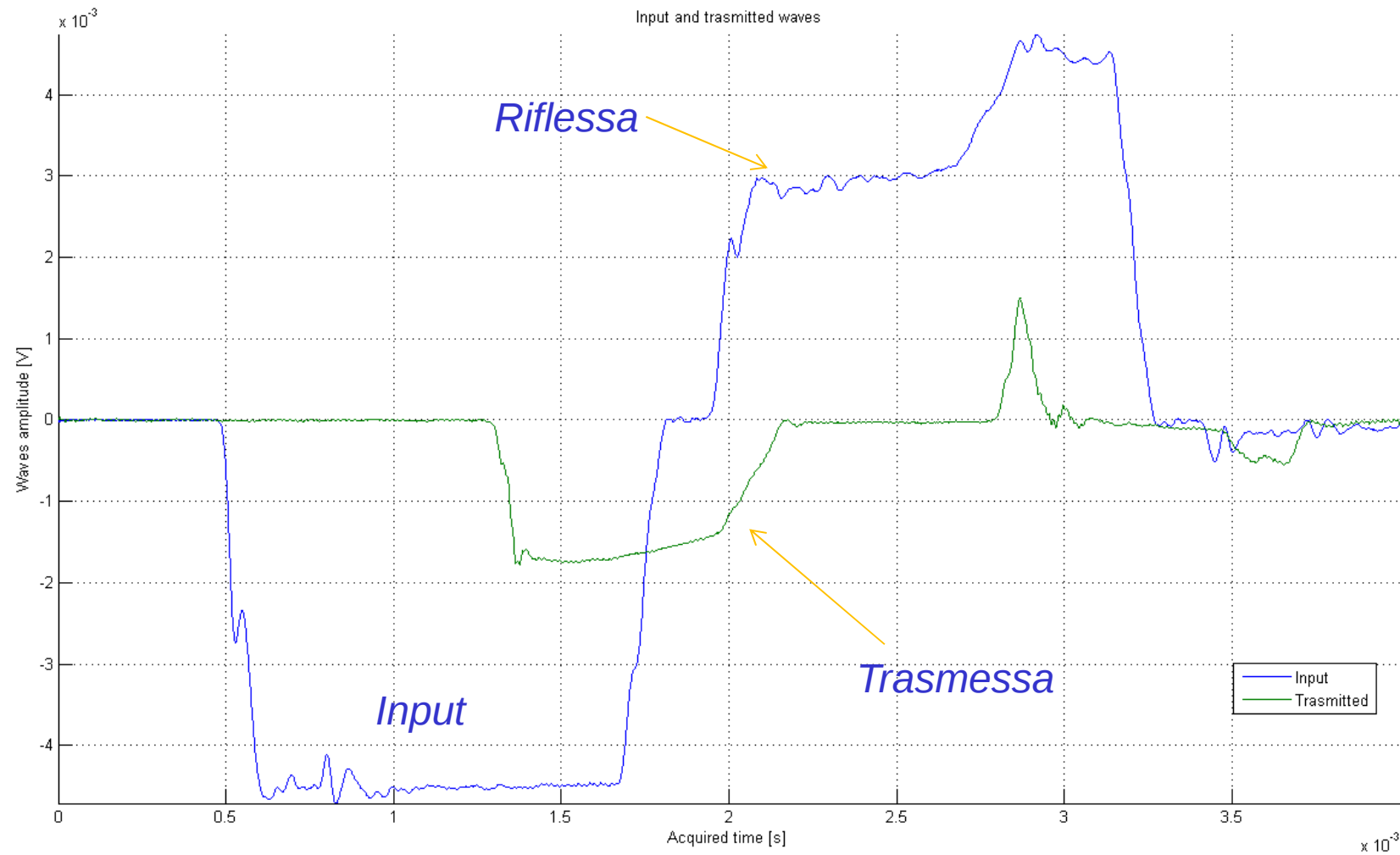
Tension test: Pre-stressed in compression



$$\sigma(t) = \frac{A_b \cdot E_b}{A_s} \epsilon_t(t) \quad \dot{\epsilon}(t) = -\frac{2C_0}{L_s} \epsilon_r(t) \quad \epsilon(t) = -\frac{2C_0}{L_s} \int_0^t \epsilon_r(t) \cdot dt$$

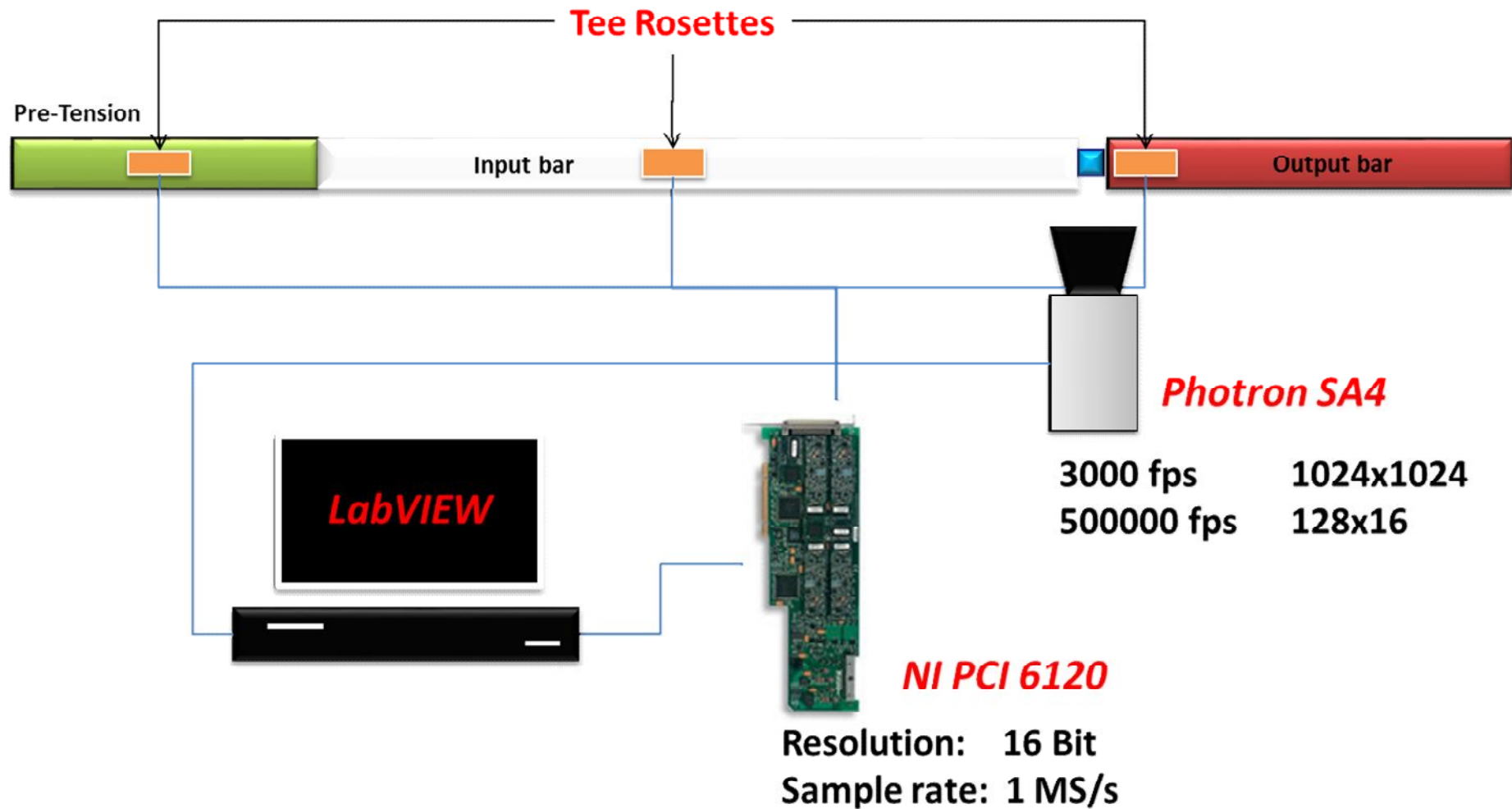
Split Hopkinson Bar

Onde



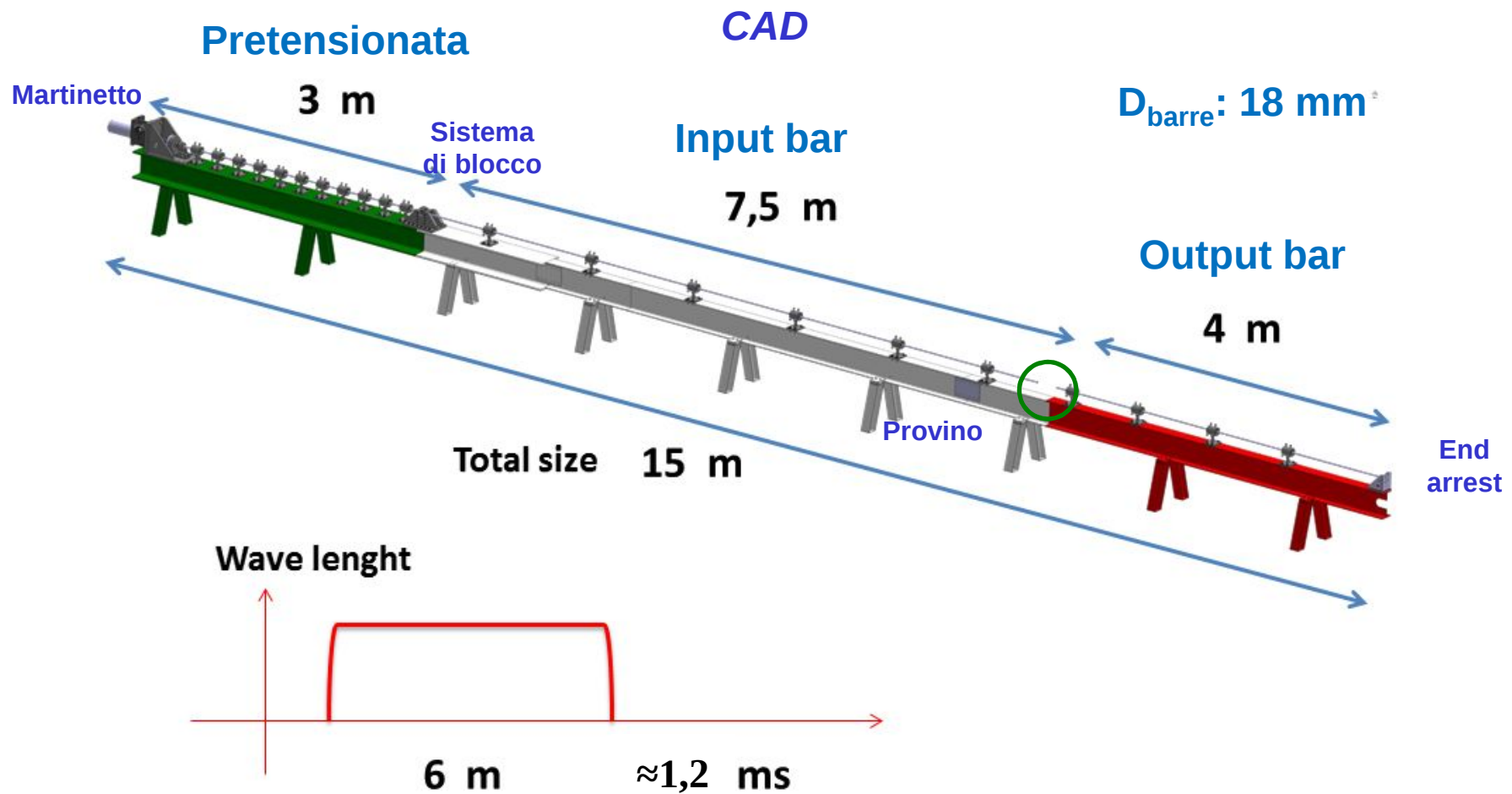
Split Hopkinson Bar

APPARATUS – Acquisition system

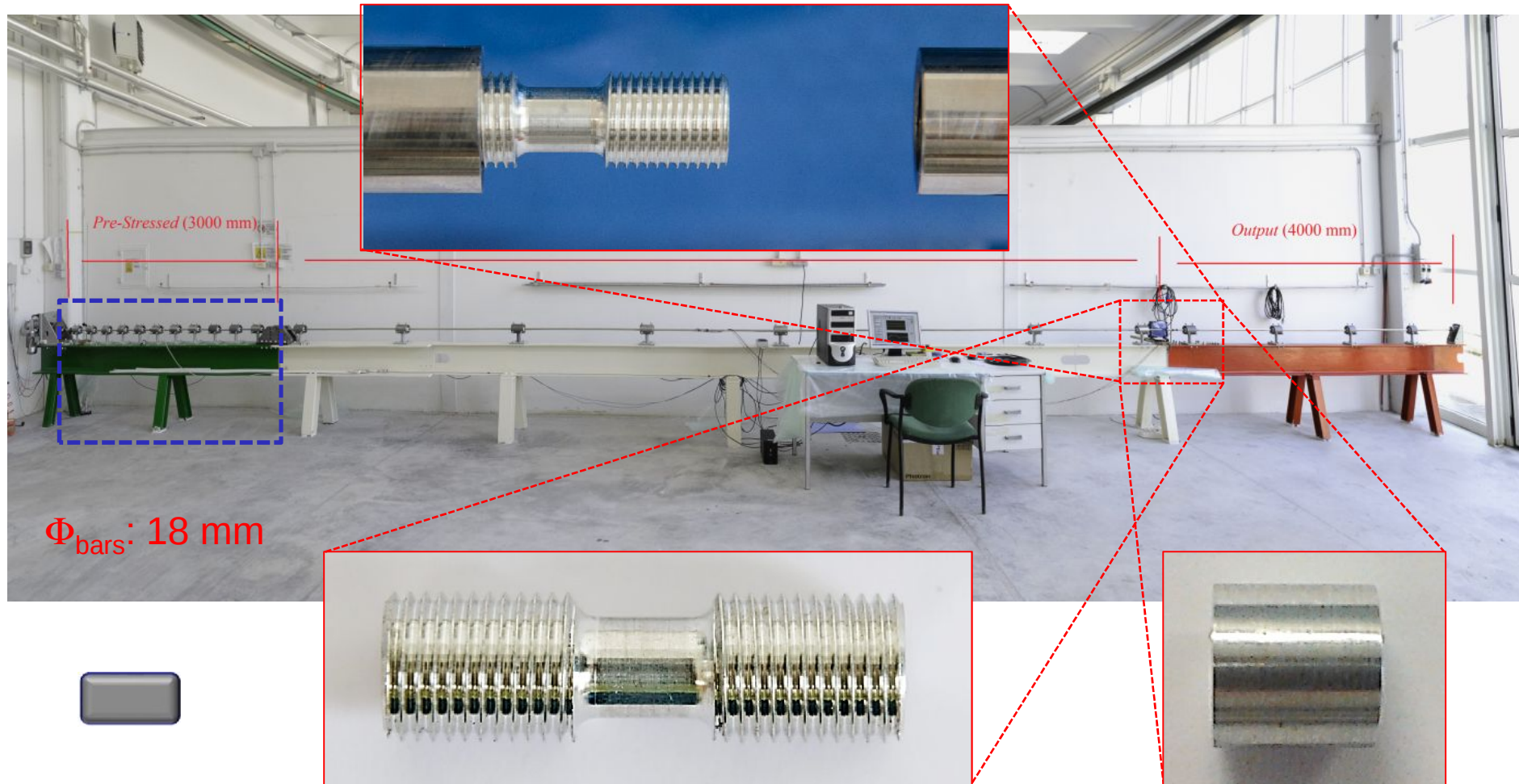


Split Hopkinson Bar Versione Trazione-Compressione Diretta

- SHTCB «DIISM, ANCONA»



- SHTCB «DIISM, ANCONA»

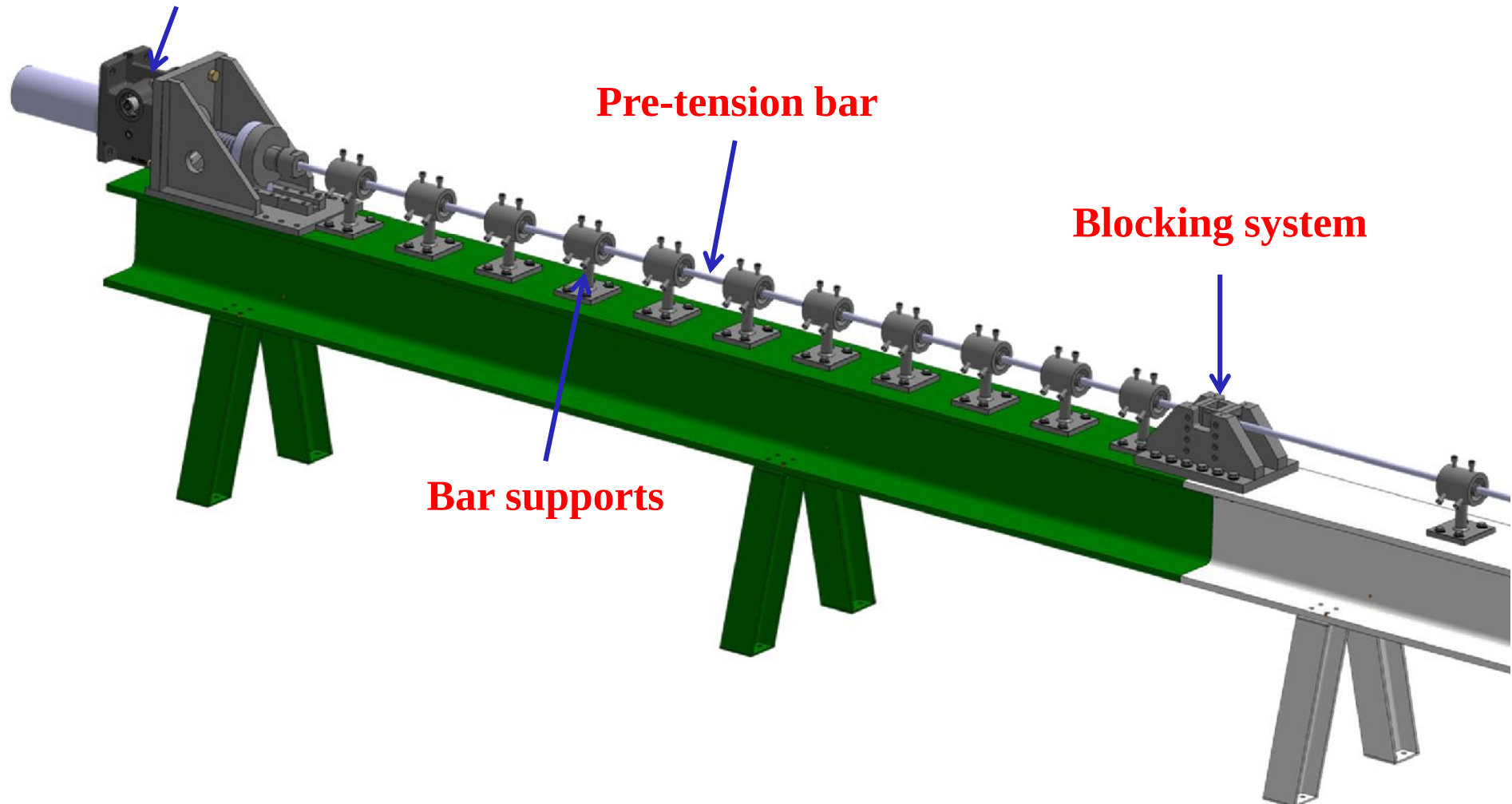


Mancini et al. “*Design of an innovative system for wave generation in Direct Tension-Compression Split Hopkinson Bar*”, Journal of Dynamic Behavior of Materials, Springer, 2015, accepted.

Split Hopkinson Bar

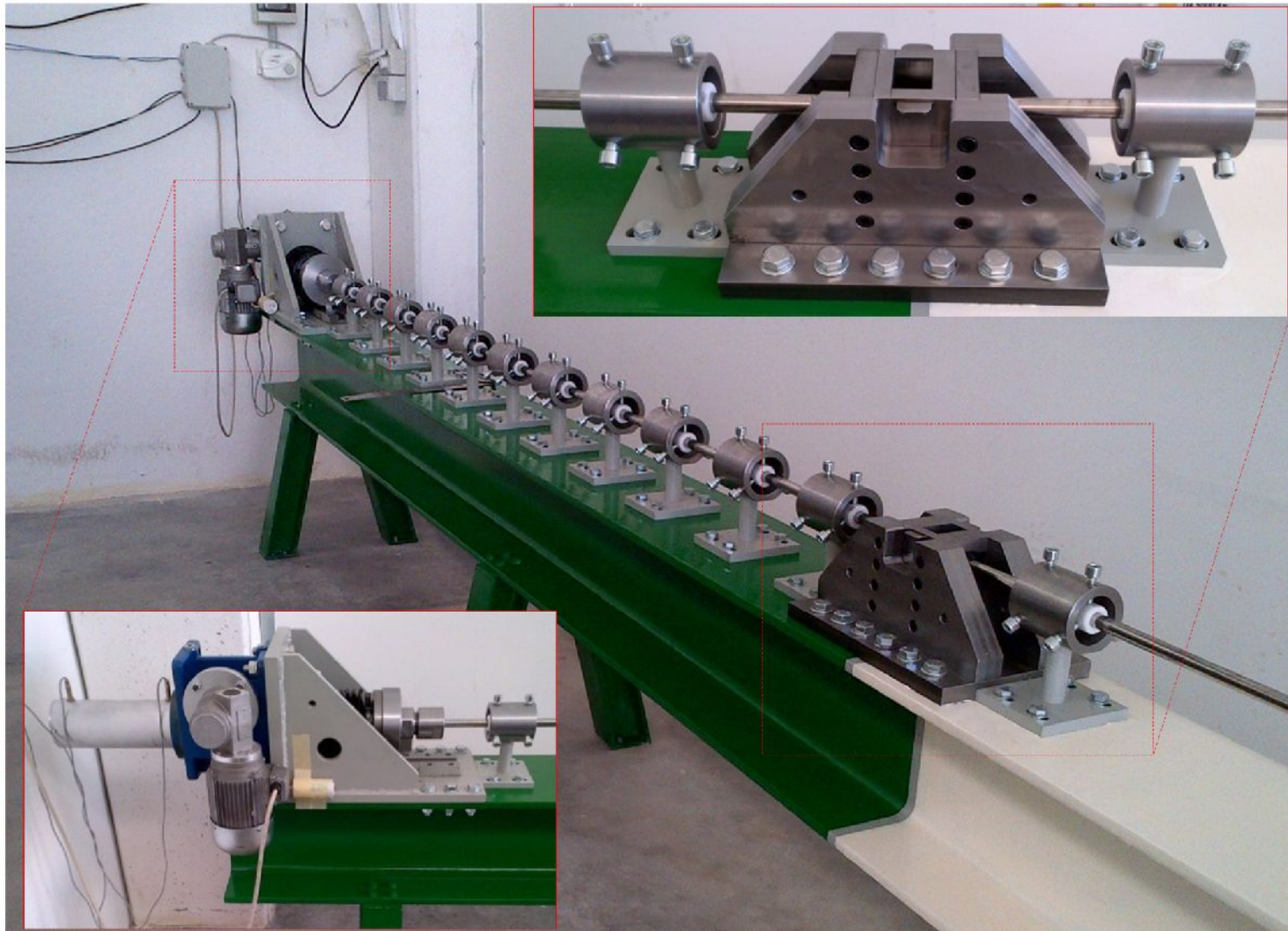
APPARATUS – Pre-Tension system

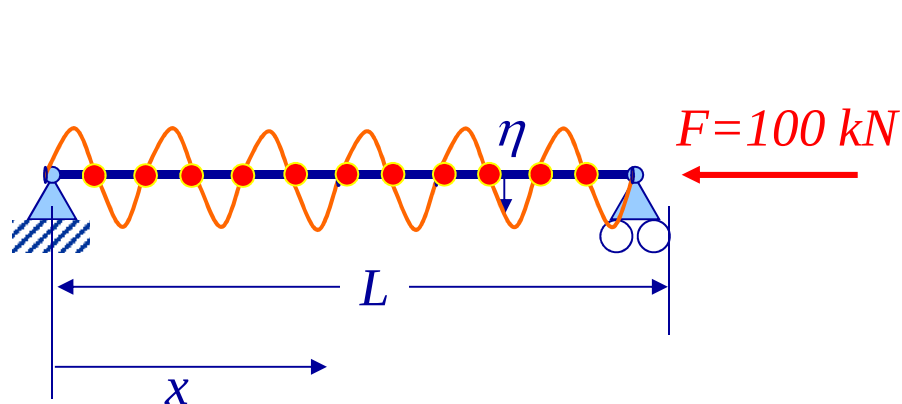
Martinetto elettrico



Split Hopkinson Bar

APPARATUS – Pre-Tension system





$$F_{cr} = \frac{EJ}{L^2} n^2 \pi^2$$

per $n = 12$

Posto:

$$L = 3000 \text{ mm}$$

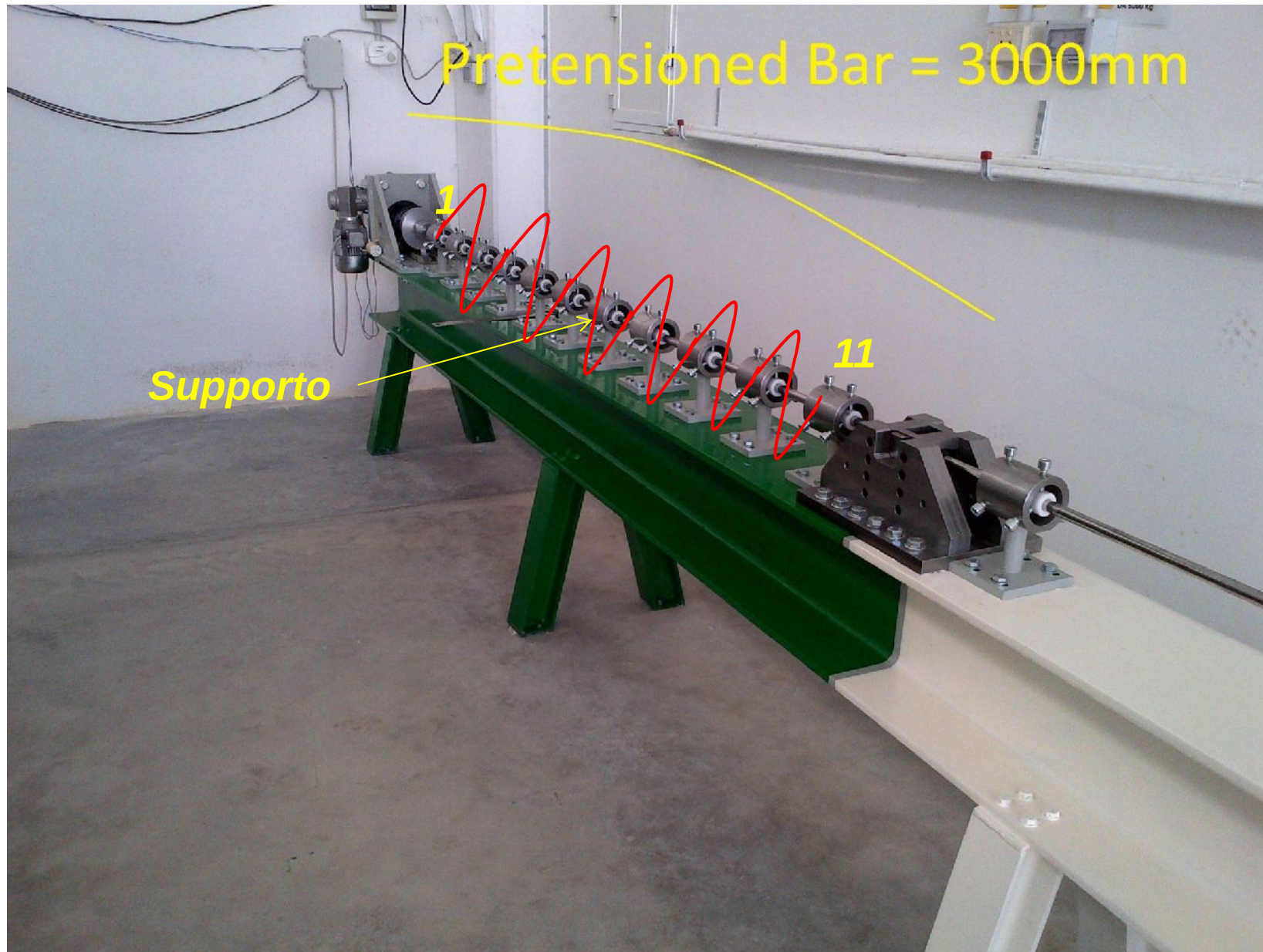
$$E = 200000 \text{ MPa}$$

$$d = 18 \text{ mm}$$

$$A = \frac{\pi d^2}{4} = 254,47 \text{ mm}^2$$

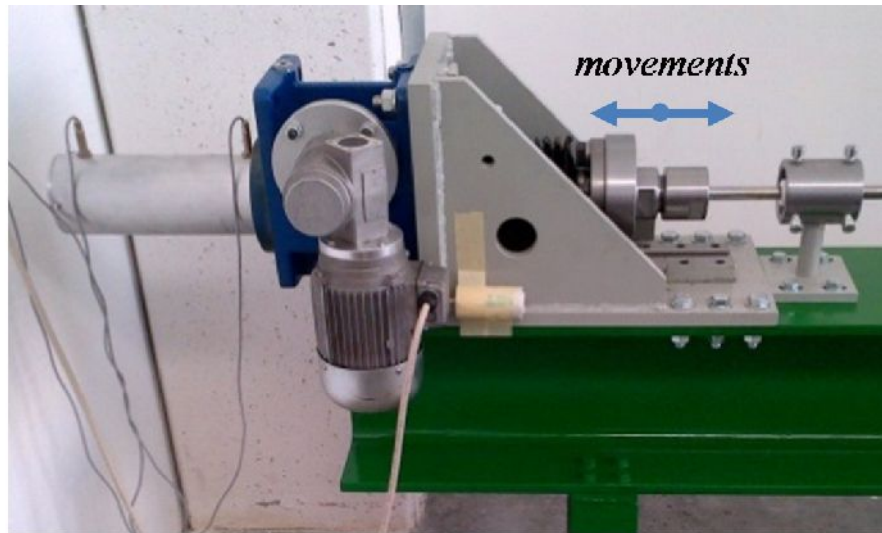
$$J = \frac{\pi d^4}{64} = 5153 \text{ mm}^4$$

$$F_{cr} = \frac{200000 \cdot 5153}{3000^2} 12^2 \pi^2 = 162746 \text{ N}$$

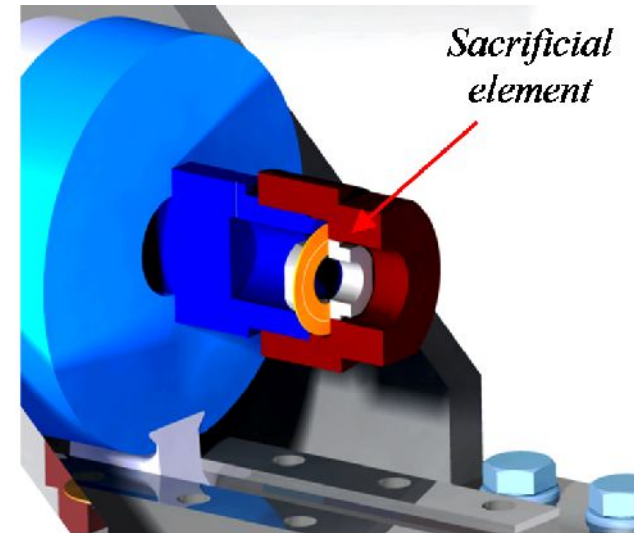


Split Hopkinson Bar

APPARATUS – Pre-Tension system



(a) Component



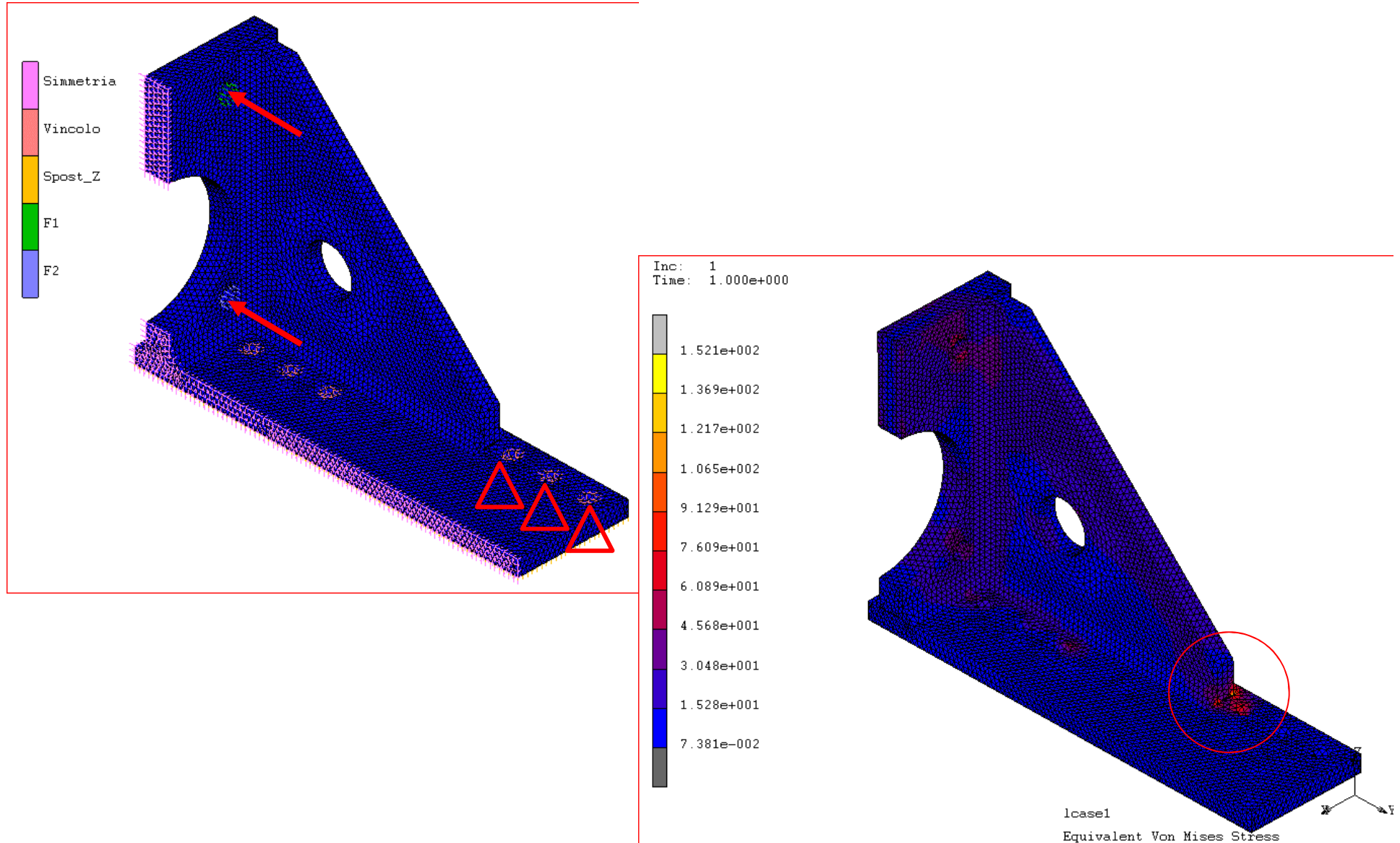
(b) CAD



(c) Sacrificial disk element

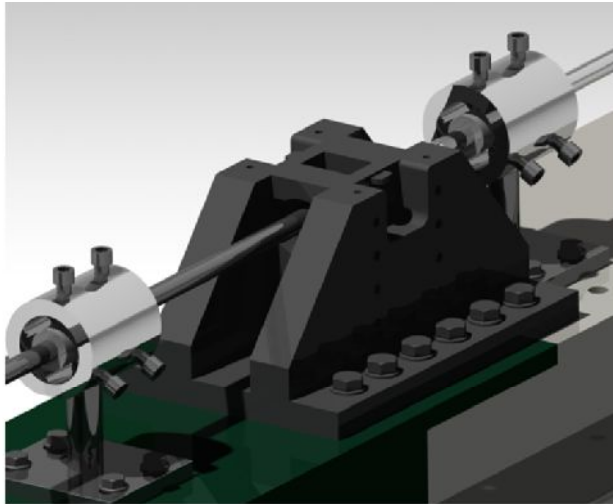
Split Hopkinson Bar

Modello FEM



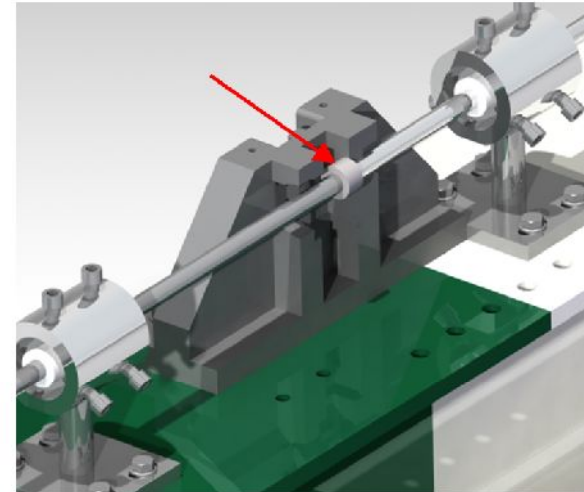
Split Hopkinson Bar

APPARATUS – Pre-Tension system

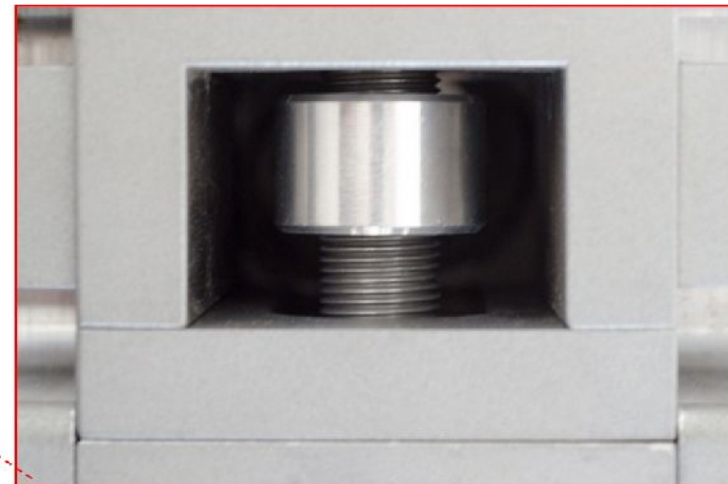
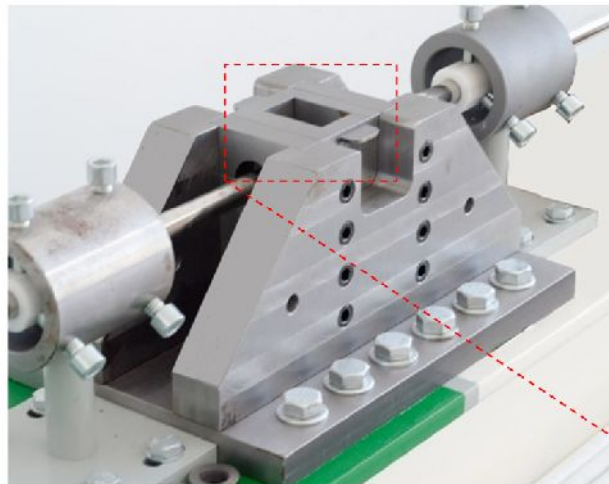


(a)

CAD



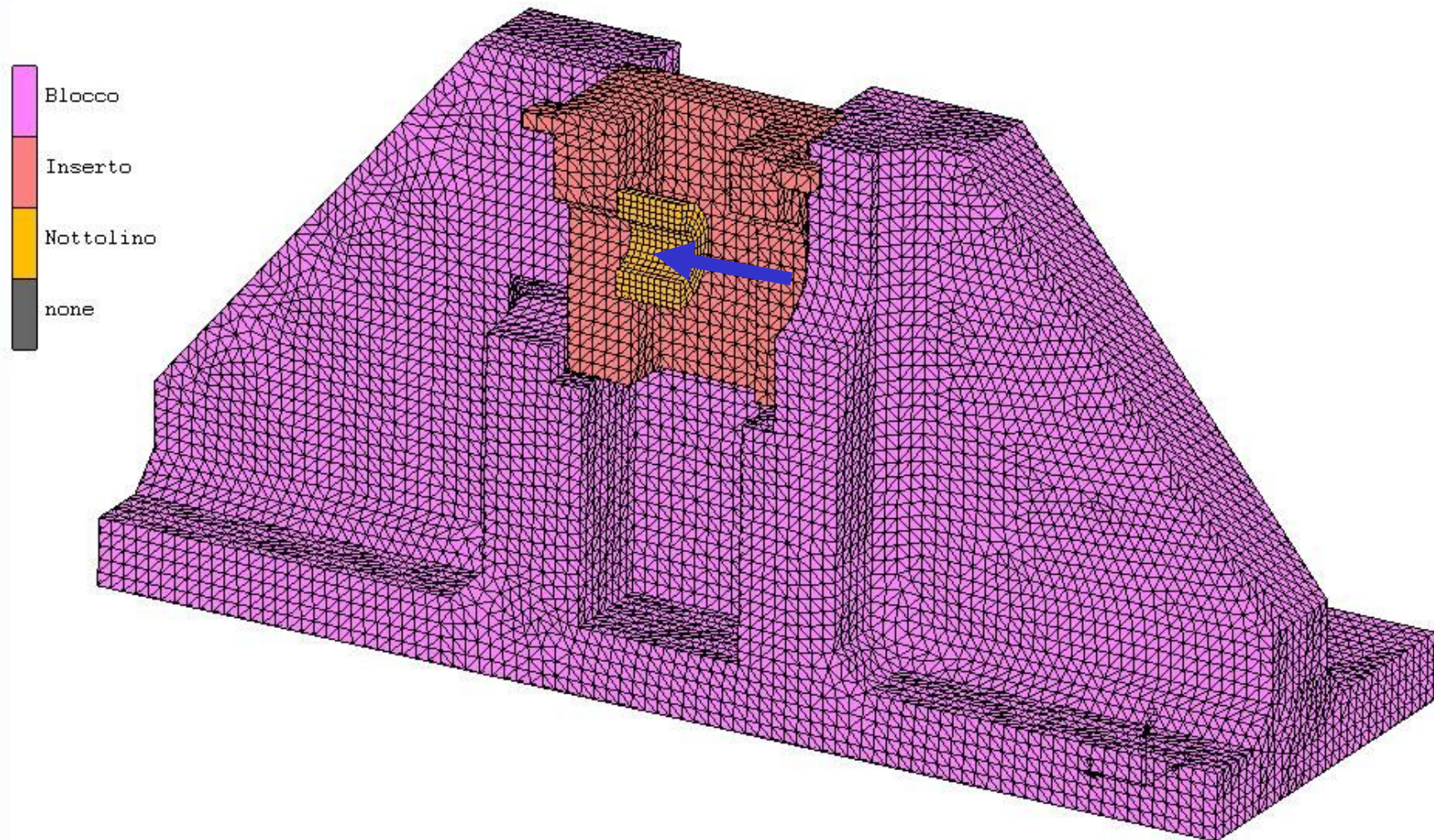
(b)



(c) Component

Split Hopkinson Bar

Modello FEM

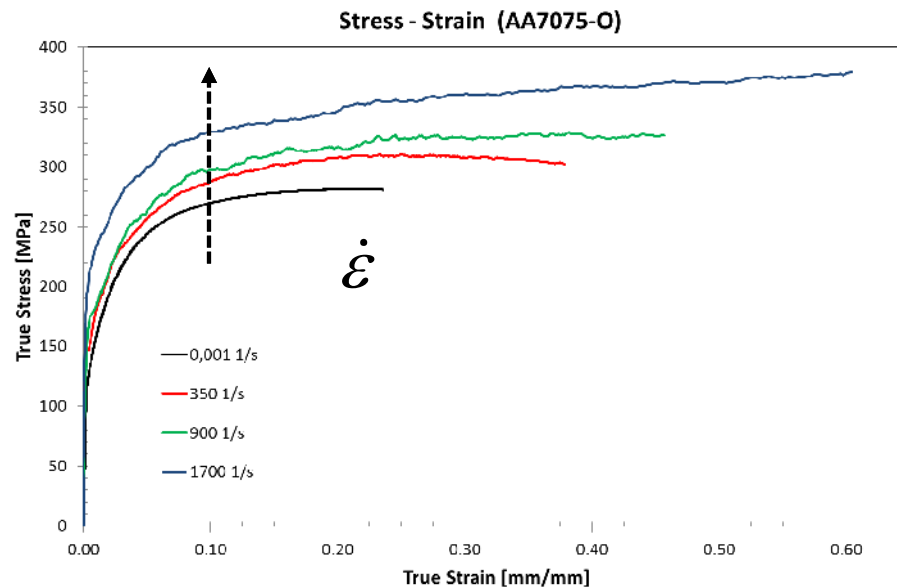


Split Hopkinson Bar

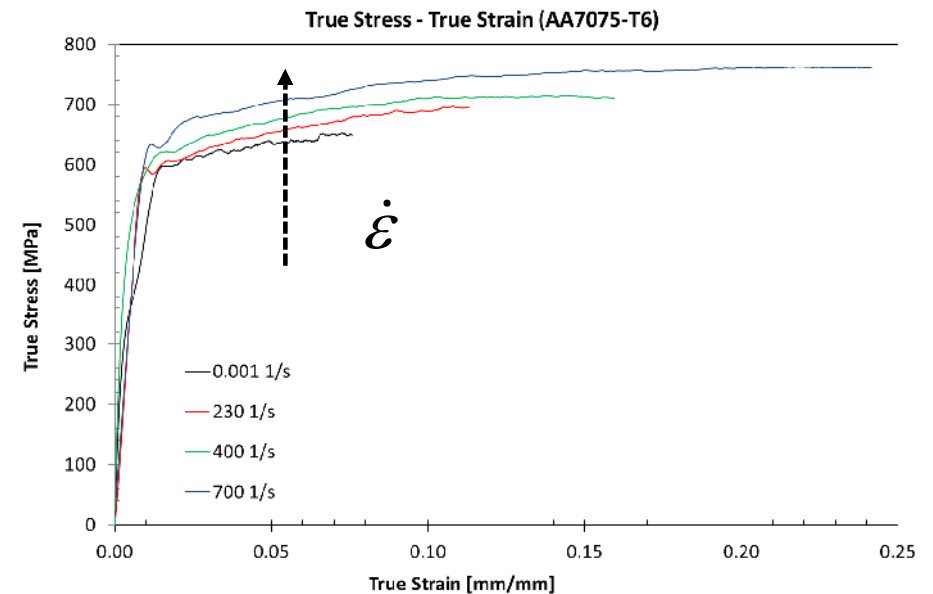
Results

Compression test

AA7075-O



AA7075-T6

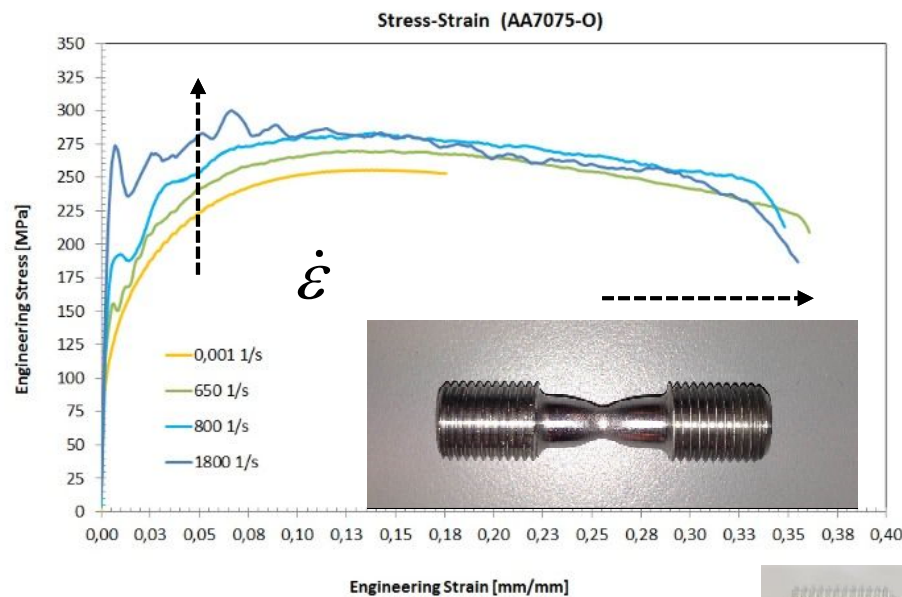


Split Hopkinson Bar

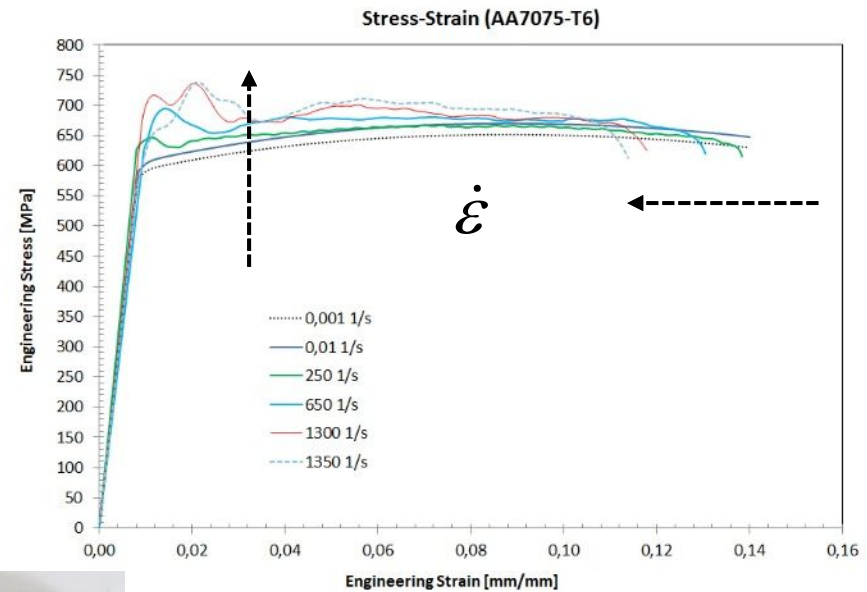
Results

Tension test

AA7075-O



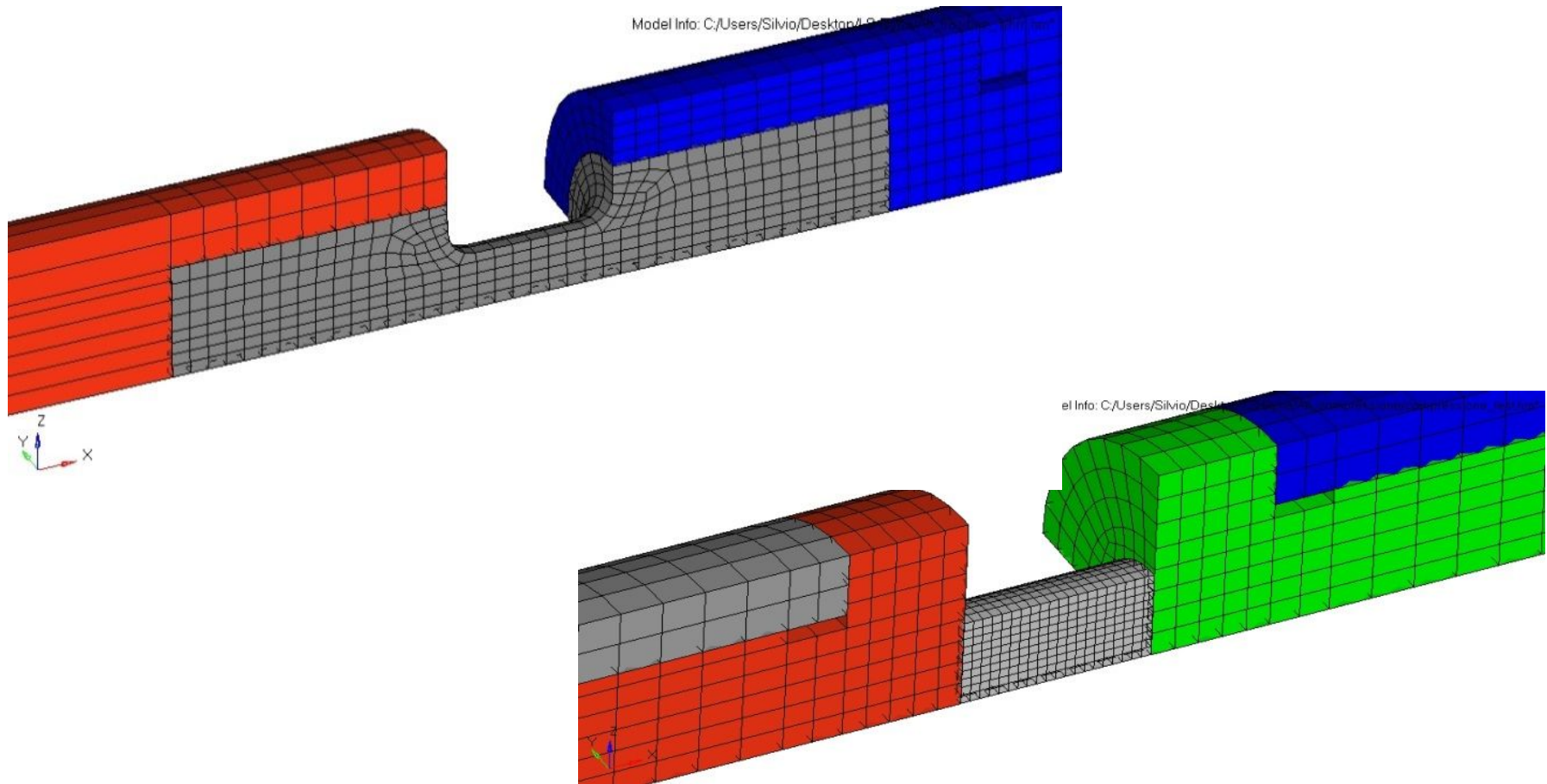
AA7075-T6



AA7075-T6 exhibits an opposite behaviour in terms of failure strain, which indicates a more brittle behaviour under dynamic conditions

Split Hopkinson Bar

FEM





La barra di Hopkinson

Grazie per l'attenzione

Ing. Mancini Edoardo

04/12/2015