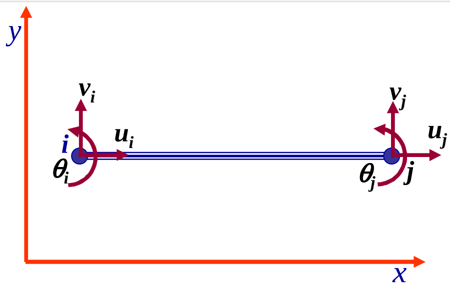
Elemento Trave nel piano

Dalle dispense del prof. Dario Amodio e dalle lezioni del prof. Giovanni Santucci

Introduzione al calcolo strutturale matriciale

Trave piana



Tre gradi di libertà per nodo (nel piano)

Due nodi per elemento

↓

Sei gradi di libertà per elemento

↓

Matrice di rigidezza di elemento: 6 x 6

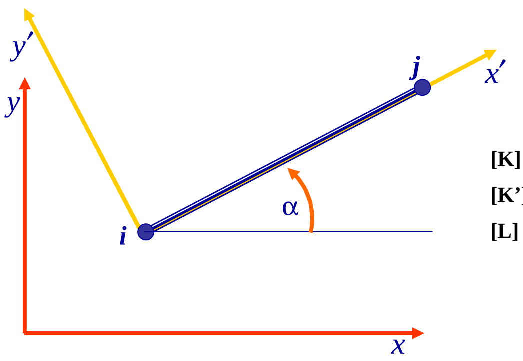
Vettore forze nodali — Vettore spostamenti nodali

$$\begin{pmatrix} U_i \\ V_i \\ M_i \\ U_j \\ V_j \\ M_j \end{pmatrix} = \left[\mathbf{K} \right] \begin{pmatrix} u_i \\ v_i \\ \theta_i \\ u_j \\ v_j \\ \theta_j \end{pmatrix}$$

Introduzione al calcolo strutturale matriciale

Trave piana

Qui il problema è identificare la sola matrice di rigidezza *[K].* I vettori $\{F\}_p$ e $\{F\}_{\varepsilon 0}$ si calcolano come già visto per l'elemento asta.
Per la trave piana, la matrice *[K]* viene prima calcolata in un sistema di riferimento locale e poi ruotata nel sistema di riferimento globale.



$$[K]=[L]^T\ [K']\ [L]$$

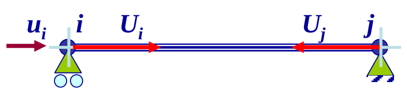
[K] = matrice di rigidezza nel sistema globale

[K'] = matrice di rigidezza nel sistema locale

[L] = matrice di rotazione

Introduzione al calcolo strutturale matriciale

Trave piana: componenti assiali



Imponendo lo spostamento nodale u_i, mantenendo vincolati tutti gli altri gradi di libertà dell'elemento, si generano le forze nodali U_i ed U_j

$$U_i=\frac{EA}{L}u_i \qquad U_j=-\frac{EA}{L}u_i$$

A = area della sezione

L = lunghezza

E = Modulo di Young

Introduzione al calcolo strutturale matriciale

Trave piana: componenti assiali

$$U_i = \frac{EA}{L} u_i \qquad U_j = -\frac{EA}{L} u_i$$

In modo analogo è possibile trovare si possono trovare le parti U_i ed U_j dovute questa volta al solo spostamento u_j :

$$U_j = \frac{EA}{L} u_j \qquad U_i = -\frac{EA}{L} u_j$$

La relazione tra forze e spostamenti nodali dell'elemento può essere scritta in forma matriciale

Queste sono le U_i ed U_j totali, somma dei contributi dovuti agli spostamenti u_i e u_j agenti singolarmente:

$$\begin{Bmatrix} U_i \\ U_j \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & -\frac{EA}{L} \\ -\frac{EA}{L} & \frac{EA}{L} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ u_j \end{Bmatrix}$$

Introduzione al calcolo strutturale matriciale

Trave piana: componenti assiali

A = area della sezione
L = lunghezza
E = Modulo di Young

La matrice di rigidezza dell'elemento trave, nel piano, ha dimensioni 6x6.

Conviene quindi espandere la matrice 2x2, relativa alle sole componenti assiali, in una matrice 6x6.

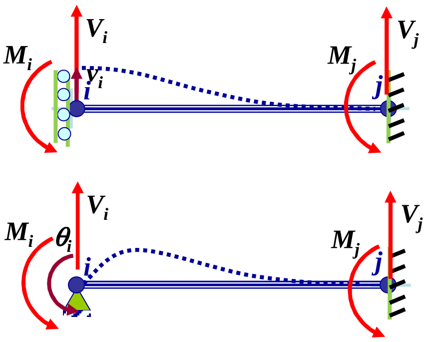
I coefficienti non definiti sono per il momento nulli.

$$\begin{Bmatrix} U_i \\ V_i \\ M_i \\ U_j \\ V_j \\ M_j \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & & & -\frac{EA}{L} & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ -\frac{EA}{L} & & & \frac{EA}{L} & & \\ & & & & & \\ & & & & & \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ \theta_i \\ u_j \\ v_j \\ \theta_j \end{Bmatrix}$$

Introduzione al calcolo strutturale matriciale

Trave piana: componenti flessionali

Per individuare le componenti flessionali si *dovrebbe* procedere in modo analogo a quanto visto per le componenti assiali: imponendo uno spostamento alla volta si osservano le forze che si generano conseguentemente. In questo modo è possibile ricavare i coefficienti della matrice [*K*], a patto di risolvere un problema iperstatico..



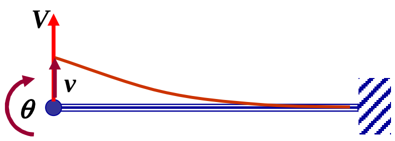
$$\begin{Bmatrix} V_i \\ M_i \\ V_j \\ M_j \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} ? & ? & & \\ ? & ? & & \\ ? & ? & & \\ ? & ? & & \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_i \\ \theta_i \\ v_j \\ \theta_j \end{Bmatrix}$$

Etc…

Introduzione al calcolo strutturale matriciale

Trave piana: componenti flessionali

Conviene invece applicare più condizioni contemporaneamente su una struttura isostatica e poi usare il principio di sovrapposizione degli effetti. Si consideri una trave incastrata ad un estremo e libera all'altro:



dove:

L = lunghezza

J = Momento d'inerzia della sezione

E = Modulo di Young

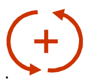
Applicando all'estremo libero una forza V, normale all'asse della trave, si otterrà uno spostamento v , dato dalla nota relazione:

$$v = \frac{VL^3}{3EJ}$$

ed una rotazione θ, data dalla relazione:

$$\vartheta = -\frac{VL^2}{2EJ}$$

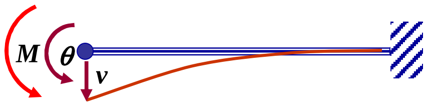
Convenzione per momenti e rotazioni: positivi se antiorari



Introduzione al calcolo strutturale matriciale

Trave piana: componenti flessionali

Conviene invece applicare più condizioni contemporaneamente su una struttura isostatica e poi usare il principio di sovrapposizione degli effetti. Si consideri una trave incastrata ad un estremo e libera all'altro:



dove:

L = lunghezza

J = Momento d'inerzia della sezione

E = Modulo di Young

Applicando invece un momento ***M*** , i valori dello spostamento ***v*** e della rotazione **θ** sono calcolati dalle relazioni:

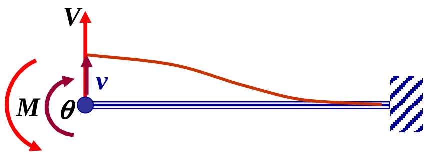
$$v = -\frac{ML^2}{2EJ}$$

$$\vartheta = \frac{ML}{EJ}$$

Introduzione al calcolo strutturale matriciale

Trave piana: componenti flessionali

Si consideri una trave incastrata ad un estremo e libera all'altro.



dove:

L = lunghezza

J = Momento d'inerzia della sezione

E = Modulo di Young

Applicando all'estremo libero sia la forza ***V*** che il momento ***M*** si ottengono lo spostamento ***v*** e la rotazione **θ**

$$v_i = \frac{V_i L^3}{3EJ} - \frac{M_i L^2}{2EJ}$$

$$\vartheta_i = -\frac{V_i L^2}{2EJ} + \frac{M_i L}{EJ}$$

Invertendo, mediante semplici passaggi:

$$V_i = \frac{12EI}{L^3} v_i + \frac{6EI}{L^2} \theta_i$$

$$M_i = \frac{6EI}{L^2} v_i + \frac{4EI}{L} \theta_i$$

Introduzione al calcolo strutturale matriciale

Trave piana: componenti flessionali

I coefficienti calcolati per il nodo i, relativi ai gradi di libertà v_i e θ_i , possono essere dunque espressi in forma matriciale:

$$\begin{Bmatrix} V_i \\ M_i \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{12EJ}{L^3} & \frac{6EJ}{L^2} \\ \frac{6EJ}{L^2} & \frac{4EJ}{L} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_i \\ \theta_i \end{Bmatrix}$$

N.B. Anche in questo caso le forze sono la quota parte dovuta agli spostamenti presi in considerazione. Stesso discorso per i calcoli delle diapositive successive. Soltanto quando verrà considerata la matrice di rigidezza completa le forze saranno quelle totali

Introduzione al calcolo strutturale matriciale

Trave piana: componenti flessionali

La forza ed il momento relativi al nodo j e dipendenti dallo spostamento e dalla rotazione del nodo i possono essere calcolati utilizzando le equazioni di equilibrio:

$$\sum V = V_i + V_j = 0 \longrightarrow V_j = -V_i$$

da cui si ricava immediatamente che:

$$V_j = -\frac{12EJ}{L^3} v_i - \frac{6EJ}{L^2} \vartheta_i$$

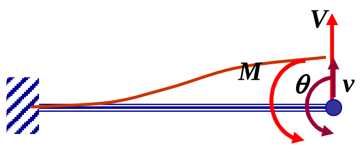
Dall'equilibrio dei momenti si ottiene: $\sum M = -V_i L + M_i + M_j = 0 \longrightarrow M_j = V_i L - M_i$

$$M_j = \frac{12EJ}{L^3} L v_i + \frac{6EJ}{L^2} L \vartheta_i - \frac{6EJ}{L^2} v_i - \frac{4EJ}{L} \vartheta_i = \frac{6EJ}{L^2} v_i + \frac{2EJ}{L} \vartheta_i$$

Quindi i coefficienti calcolati per il nodo $\boldsymbol{j}$, relativi ai gradi di libertà $\boldsymbol{v_i}$ e $\boldsymbol{\theta_i}$, possono essere espressi in forma matriciale:

$$\begin{Bmatrix} V_j \\ M_j \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dfrac{12EJ}{L^3} & -\dfrac{6EJ}{L^2} \\ \dfrac{6EJ}{L^2} & \dfrac{2EJ}{L} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_i \\ \theta_i \end{Bmatrix}$$

Per il nodo $\boldsymbol{j}$ si procede in modo analogo, a meno del diverso segno dei momenti e delle rotazioni:



In questo caso, applicando all'estremo libero sia la forza $\boldsymbol{V}$ che il momento $\boldsymbol{M}$ si ottengono le seguenti relazioni per lo spostamento $\boldsymbol{v}$ e la rotazione $\boldsymbol{\theta}$:

$$v = \frac{VL^3}{3EJ} + \frac{ML^2}{2EJ}$$

$$\vartheta = \frac{VL^2}{2EJ} + \frac{ML}{EJ}$$

Operando come nel caso precedente si giunge alla seguente relazione matriciale:

$$\begin{Bmatrix} V_j \\ M_j \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{12EJ}{L^3} & -\dfrac{6EJ}{L^2} \\ -\dfrac{6EJ}{L^2} & \dfrac{4EJ}{L} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_j \\ \theta_j \end{Bmatrix}$$

Convenzione per momenti e rotazioni: positivi se antiorari

Trave piana: componenti flessionali

Sfruttando ancora le condizioni di equilibrio si ha:

$$\sum V = V_i + V_j = 0 \longrightarrow V_i = -V_j$$

$$\sum M = V_j L + M_i + M_j = 0 \longrightarrow M_i = -V_j L - M_j$$

Di conseguenza i coefficienti calcolati per il nodo $\boldsymbol{i}$, relativi ai gradi di libertà $\boldsymbol{v_j}$ e $\boldsymbol{\theta_j}$, possono essere espressi in forma matriciale:

$$\begin{Bmatrix} \boldsymbol{V_i} \\ \boldsymbol{M_i} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{12EJ}{L^3} & \frac{6EJ}{L^2} \\ -\frac{6EJ}{L^2} & \frac{2EJ}{L} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \boldsymbol{v_j} \\ \boldsymbol{\theta_j} \end{Bmatrix}$$

Trave piana: componenti flessionali

I coefficienti di rigidezza flessionali possono essere rappresentati in una matrice 4 x 4 come segue

$$\begin{Bmatrix} \boldsymbol{V_i} \\ \boldsymbol{M_i} \\ \boldsymbol{V_j} \\ \boldsymbol{M_j} \end{Bmatrix} = \left[\begin{array}{cc|cc} \frac{12EJ}{L^3} & \frac{6EJ}{L^2} & -\frac{12EJ}{L^3} & \frac{6EJ}{L^2} \\ \frac{6EJ}{L^2} & \frac{4EJ}{L} & -\frac{6EJ}{L^2} & \frac{2EJ}{L} \\ \hline -\frac{12EJ}{L^3} & -\frac{6EJ}{L^2} & \frac{12EJ}{L^3} & -\frac{6EJ}{L^2} \\ \frac{6EJ}{L^2} & \frac{2EJ}{L} & -\frac{6EJ}{L^2} & \frac{4EJ}{L} \end{array}\right] \begin{Bmatrix} \boldsymbol{v_i} \\ \boldsymbol{\theta_i} \\ \boldsymbol{v_j} \\ \boldsymbol{\theta_j} \end{Bmatrix}$$

Introduzione al calcolo strutturale matriciale

Trave piana: Matrice di Rigidezza di Elemento, riferimento locale

Ora sono noti tutti i coefficienti di rigidezza dell'elemento e può essere scritta l'intera matrice di rigidezza dell'elemento.

$$
\begin{Bmatrix} U_i \\ V_i \\ M_i \\ U_j \\ V_j \\ M_j \end{Bmatrix}
=
\begin{bmatrix}
\frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\
0 & \frac{12EJ}{L^3} & \frac{6EJ}{L^2} & 0 & -\frac{12EJ}{L^3} & \frac{6EJ}{L^2} \\
0 & \frac{6EJ}{L^2} & \frac{4EJ}{L} & 0 & -\frac{6EJ}{L^2} & \frac{2EJ}{L} \\
-\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\
0 & -\frac{12EJ}{L^3} & -\frac{6EJ}{L^2} & 0 & \frac{12EJ}{L^3} & -\frac{6EJ}{L^2} \\
0 & \frac{6EJ}{L^2} & \frac{2EJ}{L} & 0 & -\frac{6EJ}{L^2} & \frac{4EJ}{L}
\end{bmatrix}
\begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ \theta_i \\ u_j \\ v_j \\ \theta_j \end{Bmatrix}
$$

N.B. i termini nulli indicano che non vi è accoppiamento tra forze assiali e momento flettente e tra forze assiali e taglio. Questo è previsto dalla teoria elementare della trave.

Introduzione al calcolo strutturale matriciale

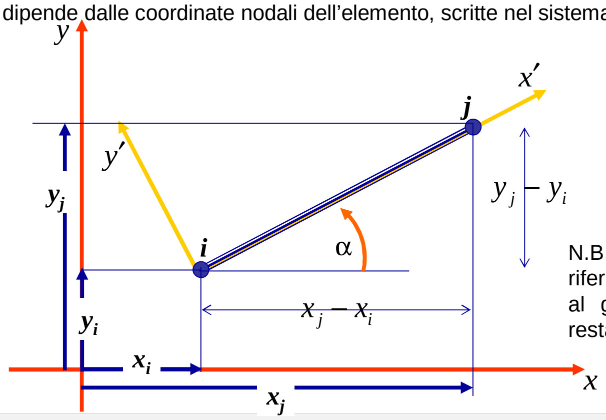
Trasformazioni di coordinate

La matrice di rigidezza ottenuta è scritta nel sistema di riferimento locale.

Per calcolare la matrice nel sistema globale è necessario eseguire il prodotto matriciale:

$$[K]=[L]^T\,[K']\,[L]$$

Dove $[L]$ è la matrice di rotazione, che può essere scritta in funzione dell'angolo α che dipende dalle coordinate nodali dell'elemento, scritte nel sistema globale.



$$\alpha = arc\tan\frac{y_j - y_i}{x_j - x_i}$$

N.B. Nel caso dell'asta piana il riferimento locale è ruotato rispetto al globale attorno all'asse z, che resta comune ai due sistemi

Introduzione al calcolo strutturale matriciale

Trasformazioni di coordinate

La matrice di rotazione $[L]$ scritta nel piano, per due gradi di libertà di traslazione ed uno di rotazione, ha la forma:

$$
[L]=\begin{bmatrix}
\cos\alpha & \operatorname{sen}\alpha & 0 & 0 & 0 & 0\\
-\operatorname{sen}\alpha & \cos\alpha & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & \cos\alpha & \operatorname{sen}\alpha & 0\\
0 & 0 & 0 & -\operatorname{sen}\alpha & \cos\alpha & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & & 1
\end{bmatrix}
$$

La trasposta si ricava molto semplicemente scambiando le righe con le colonne:

$$
[L]^T=\begin{bmatrix}
\cos\alpha & -\operatorname{sen}\alpha & 0 & 0 & 0 & 0\\
\operatorname{sen}\alpha & \cos\alpha & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & \cos\alpha & -\operatorname{sen}\alpha & 0\\
0 & 0 & 0 & \operatorname{sen}\alpha & \cos\alpha & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & & 1
\end{bmatrix}
$$

Introduzione al calcolo strutturale matriciale

Trasformazioni di coordinate

Il primo prodotto matriciale:

$$[K'] \, [L]$$

Abbreviazioni: $c=\cos\alpha$

$s=\operatorname{sen}\alpha$

$$
\begin{bmatrix}
\cos\alpha & \operatorname{sen}\alpha & 0 & 0 & 0 & 0\\
-\operatorname{sen}\alpha & \cos\alpha & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & \cos\alpha & \operatorname{sen}\alpha & 0\\
0 & 0 & 0 & -\operatorname{sen}\alpha & \cos\alpha & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & & 1
\end{bmatrix}
$$

$$
\begin{bmatrix}
\frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0\\
0 & \frac{12EJ}{L^3} & \frac{6EJ}{L^2} & 0 & -\frac{12EJ}{L^3} & \frac{6EJ}{L^2}\\
0 & \frac{6EJ}{L^2} & \frac{4EJ}{L} & 0 & -\frac{6EJ}{L^2} & \frac{2EJ}{L}\\
-\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0\\
0 & -\frac{12EJ}{L^3} & -\frac{6EJ}{L^2} & 0 & \frac{12EJ}{L^3} & -\frac{6EJ}{L^2}\\
0 & \frac{6EJ}{L^2} & \frac{2EJ}{L} & 0 & -\frac{6EJ}{L^2} & \frac{4EJ}{L}
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
\frac{EAc}{L} & \frac{EAs}{L} & 0 & -\frac{EAc}{L} & -\frac{EAs}{L} & 0\\
-\frac{12EJs}{L^3} & \frac{12EJc}{L^3} & \frac{6EJ}{L^2} & \frac{12EJs}{L^3} & -\frac{12EJc}{L^3} & \frac{6EJ}{L^2}\\
-\frac{6EJs}{L^2} & \frac{6EJc}{L^2} & \frac{4EJ}{L} & \frac{6EJs}{L^2} & -\frac{6EJc}{L^2} & \frac{2EJ}{L}\\
-\frac{EAc}{L} & \frac{EAs}{L} & 0 & \frac{EAc}{L} & \frac{EAs}{L} & 0\\
\frac{12EJs}{L^3} & -\frac{12EJc}{L^3} & -\frac{6EJ}{L^2} & -\frac{12EJs}{L^3} & \frac{12EJc}{L^3} & -\frac{6EJ}{L^2}\\
-\frac{6EJs}{L^2} & \frac{6EJc}{L^2} & \frac{2EJ}{L} & \frac{6EJs}{L^2} & -\frac{6EJc}{L^2} & \frac{4EJ}{L}
\end{bmatrix}
$$

Introduzione al calcolo strutturale matriciale

Trasformazioni di coordinate

Il secondo prodotto matriciale:

$$[L]^T \left[[K'] \, [L]\right]$$

Abbreviazioni: $c = \cos\alpha$
$s = \operatorname{sen}\alpha$

$$\begin{bmatrix} \frac{EAc}{L} & \frac{EAs}{L} & 0 & -\frac{EAc}{L} & -\frac{EAs}{L} & 0 \\ -\frac{12EJs}{L^3} & \frac{12EJc}{L^3} & \frac{6EJ}{L^2} & \frac{12EJs}{L^3} & -\frac{12EJc}{L^3} & \frac{6EJ}{L^2} \\ -\frac{6EJs}{L^2} & \frac{6EJc}{L^2} & \frac{4EJ}{L} & \frac{6EJs}{L^2} & -\frac{6EJc}{L^2} & \frac{2EJ}{L} \\ -\frac{EAc}{L} & \frac{EAs}{L} & 0 & \frac{EAc}{L} & \frac{EAs}{L} & 0 \\ \frac{12EJs}{L^3} & -\frac{12EJc}{L^3} & -\frac{6EJ}{L^2} & -\frac{12EJs}{L^3} & \frac{12EJc}{L^3} & -\frac{6EJ}{L^2} \\ -\frac{6EJs}{L^2} & \frac{6EJc}{L^2} & \frac{2EJ}{L} & \frac{6EJs}{L^2} & -\frac{6EJc}{L^2} & \frac{4EJ}{L} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \cos\alpha & -\operatorname{sen}\alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \operatorname{sen}\alpha & \cos\alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos\alpha & -\operatorname{sen}\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \operatorname{sen}\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & & 1 \end{bmatrix} = \frac{E}{L} \begin{bmatrix} Ac^2 + \frac{12J}{L^2}s^2 & \left(A - \frac{12J}{L^2}\right)sc & -\frac{6J}{L}s & -Ac^2 - \frac{12J}{L^2}s^2 & \left(-A + \frac{12J}{L^2}\right)sc & -\frac{6J}{L}s \\ \left(A - \frac{12J}{L^2}\right)sc & As^2 + \frac{12J}{L^2}c^2 & \frac{6J}{L}c & \left(-A + \frac{12J}{L^2}\right)sc & -As^2 - \frac{12J}{L^2}c^2 & \frac{6J}{L}c \\ -\frac{6J}{L}s & \frac{6J}{L}c & 4J & \frac{6J}{L}s & -\frac{6J}{L}c & 2J \\ -Ac^2 - \frac{12J}{L^2}s^2 & \left(-A + \frac{12J}{L^2}\right)sc & \frac{6J}{L}s & Ac^2 + \frac{12J}{L^2}s^2 & \left(A - \frac{12J}{L^2}\right)sc & \frac{6J}{L}s \\ \left(-A + \frac{12J}{L^2}\right)sc & -As^2 - \frac{12J}{L^2}c^2 & -\frac{6J}{L}c & \left(A - \frac{12J}{L^2}\right)sc & As^2 + \frac{12J}{L^2}c^2 & -\frac{6J}{L}c \\ -\frac{6J}{L}s & \frac{6J}{L}c & 2J & \frac{6J}{L}s & -\frac{6J}{L}c & 4J \end{bmatrix}$$

Introduzione al calcolo strutturale matriciale

Trave piana: Matrice di Rigidezza di Elemento, riferimento globale

La matrice di rigidezza 6 x 6 di un elemento trave nel piano è dunque:

$$[K] = \frac{E}{L} \cdot \begin{bmatrix} Ac^2 + \frac{12J}{L^2}s^2 & \left(A - \frac{12J}{L^2}\right)sc & -\frac{6J}{L}s & -Ac^2 - \frac{12J}{L^2}s^2 & \left(-A + \frac{12J}{L^2}\right)sc & -\frac{6J}{L}s \\ \left(A - \frac{12J}{L^2}\right)sc & As^2 + \frac{12J}{L^2}c^2 & \frac{6J}{L}c & \left(-A + \frac{12J}{L^2}\right)sc & -As^2 - \frac{12J}{L^2}c^2 & \frac{6J}{L}c \\ -\frac{6J}{L}s & \frac{6J}{L}c & 4J & \frac{6J}{L}s & -\frac{6J}{L}c & 2J \\ -Ac^2 - \frac{12J}{L^2}s^2 & \left(-A + \frac{12J}{L^2}\right)sc & \frac{6J}{L}s & Ac^2 + \frac{12J}{L^2}s^2 & \left(A - \frac{12J}{L^2}\right)sc & \frac{6J}{L}s \\ \left(-A + \frac{12J}{L^2}\right)sc & -As^2 - \frac{12J}{L^2}c^2 & -\frac{6J}{L}c & \left(A - \frac{12J}{L^2}\right)sc & As^2 + \frac{12J}{L^2}c^2 & -\frac{6J}{L}c \\ -\frac{6J}{L}s & \frac{6J}{L}c & 2J & \frac{6J}{L}s & -\frac{6J}{L}c & 4J \end{bmatrix}$$

Per calcolarla è necessario conoscere la caratteristica elastica del materiale e i dati geometrici dell'elemento: →

L = lunghezza
A = area della sezione
J = Momento d'inerzia della sezione
E = Modulo di Young

$$\alpha = arc\tan\frac{y_j - y_i}{x_j - x_i}$$

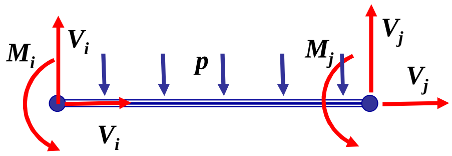
Trave piana: stato di deformazione e tensione nell'elemento

Vettori deformazione e tensione nell'elemento

$$\{\varepsilon\} = ?$$

$$\{\sigma\} = ?$$

La loro identificazione è più complessa rispetto al caso già visto dell'asta, dal momento che non è possibile determinare a priori sezioni e punti critici.
Essi dipendono infatti dalle caratteristiche di sollecitazione agenti sull'elemento: si avrà quindi in generale $\{\varepsilon\}=\{\varepsilon(x)\}$, $\{\sigma\}=\{\sigma(x)\}$, con x orientata come l'asse della trave.



Nella configurazione di equilibrio, per ogni sezione individuata dall'ascissa x, sono note le caratteristiche di sollecitazione agenti (già esprimibili in termini di spostamenti nodali una volta determinata la matrice di rigidezza *[K]*), e gli eventuali carichi distribuiti e deformazioni iniziali. E' pertanto possibile identificarne gli effetti (in campo elastico vale anche il *p.s.e*, per cui si possono valutare un effetto alla volta e poi sommarli), utilizzando la teoria della trave.