

CORSO DI ELEMENTI COSTRUTTIVI DELLE MACCHINE (NUOVO ORDINAMENTO)

ESAME DEL 3 GENNAIO 2003

Il coperchio di serbatoio mostrato in figura è montato su un cardine dotato di un meccanismo in grado di facilitarne l'apertura controbilanciandone il peso. Tale meccanismo è costituito da una coppia di eccentrici calettati alle estremità dell'albero su cui è montato il coperchio che, durante la chiusura, vanno a schiacciare progressivamente due molle montate all'interno del basamento. Queste, quando il coperchio si trova in posizione orizzontale, sviluppano sulla cerniera un momento torcente tale da equilibrare esattamente il momento dovuto alla forza peso. Quando il coperchio si trova in posizione verticale, il momento torcente si annulla perché è nullo il braccio sia della forza peso che delle azioni delle molle. Inoltre, in questa posizione, lo schiacciamento delle molle (ed anche la loro azione sull'albero) è la metà di quello che si aveva con il coperchio orizzontale. Questo accorgimento permette di rendere meglio equilibrato il meccanismo per gli angoli di apertura intermedi.

Si determini la durata dell'intero meccanismo (in termini di numero di cicli di apertura e chiusura) valutando la vita a fatica dell'albero della cerniera, delle molle e dei cuscinetti. Si valuti, inoltre, l'altezza a riposo delle molle.

Dati:

Peso del coperchio: $P = 50 \text{ kg}$.

Distanza tra il baricentro del coperchio e l'asse cerniera: $l = 250 \text{ mm}$.

Materiale albero: $\sigma_R = 850 \text{ MPa}$, $\sigma_S = 600 \text{ MPa}$, $\sigma_{LF} = 350 \text{ MPa}$.

Raggio di raccordo spallamenti: $r = 0.8 \text{ mm}$.

Finitura superficiale: *rettifica media*.

Coefficiente di sicurezza richiesto per l'albero: $X = 2.5$

Materiale molla: $\sigma_R = 1500 \text{ MPa}$, $\sigma_S = 1350 \text{ MPa}$, $\sigma_{LF} = 750 \text{ MPa}$.

Diametro elica media: $D = 52 \text{ mm}$.

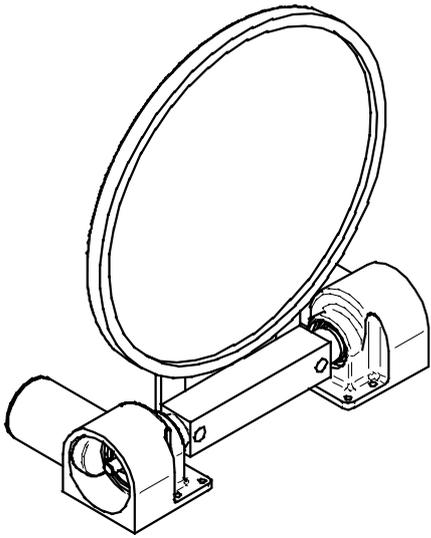
Diametro filo: $d = 12 \text{ mm}$.

Angolo di avvolgimento: $\alpha = 6^\circ$.

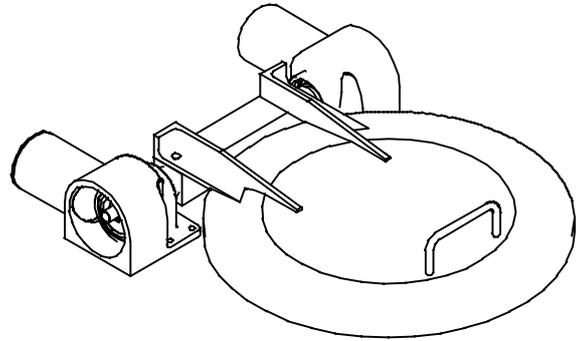
Coefficiente di sicurezza richiesto per la molla: $X = 1.2$

Cuscinetto supporto: $35 \times 62 \times 14$ $C = 15900 \text{ N}$.

Cuscinetto dell'eccentrico: $50 \times 80 \times 10$ $C = 16300 \text{ N}$.

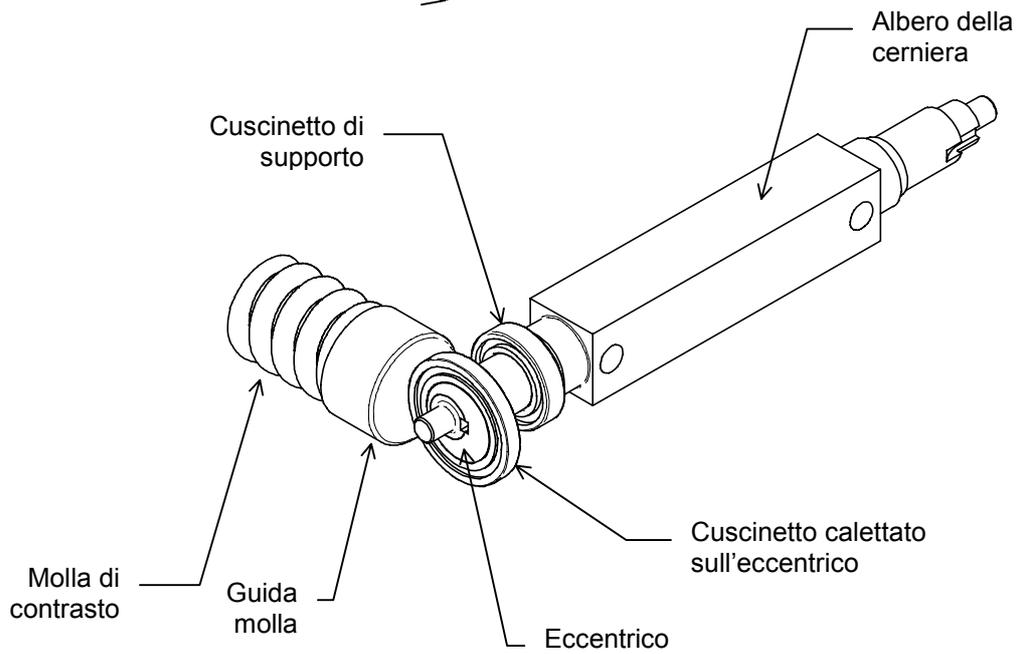
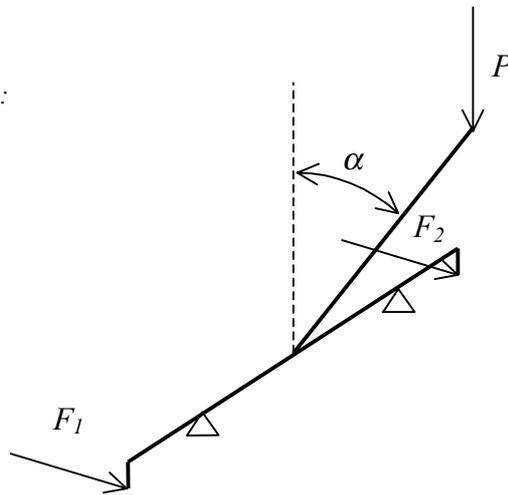


Coperchio in posizione aperta

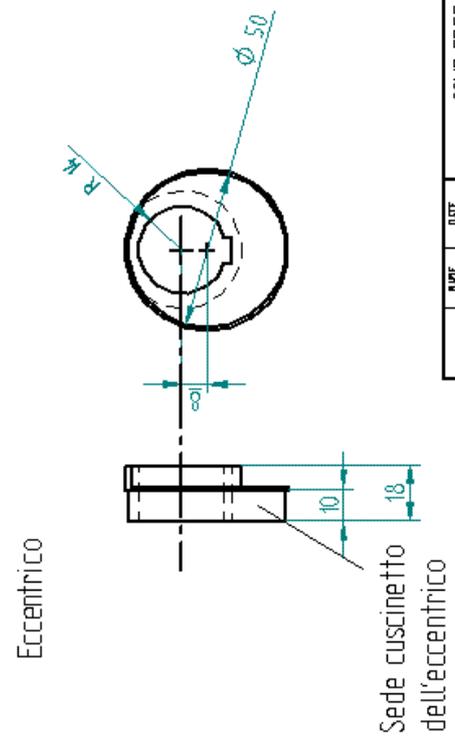
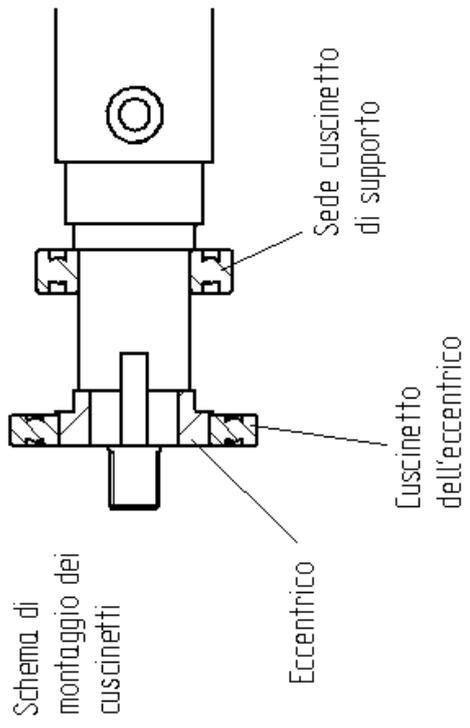
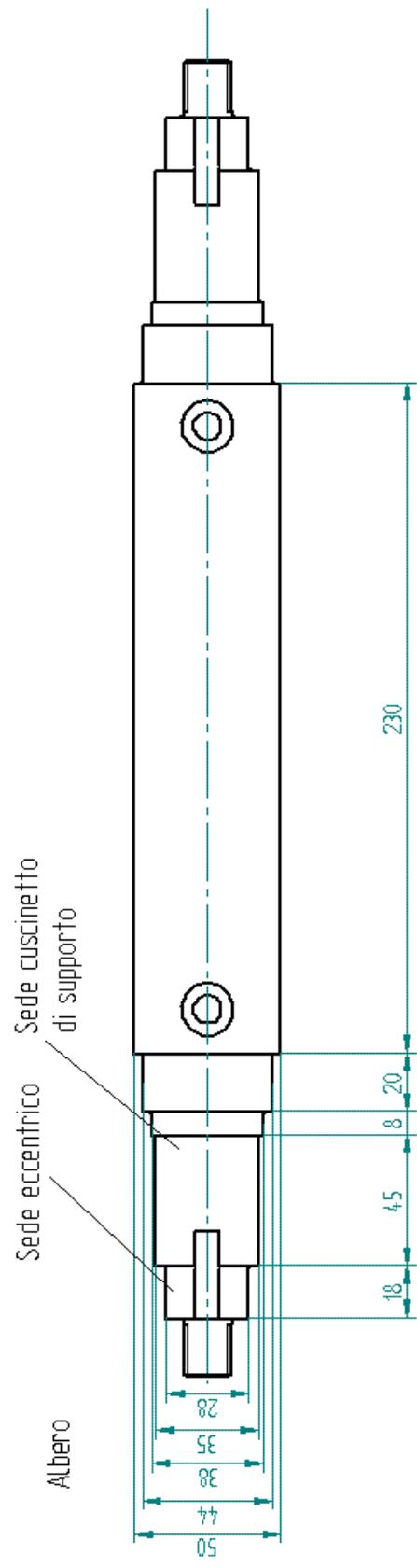


Coperchio in posizione chiusa

Schema di funzionamento:



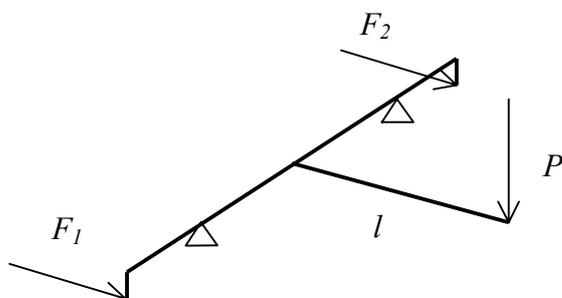
REVISION HISTORY		DATE	APPROVED
REV	DESCRIPTION		



NAME	DATE	FILE NAME	SCALE	WEIGHT	SHEET	OF
DRAWN	03/03/2015	SOLID EDGE				
CHECKED		SOLID EDGE				
ENG. APPR.						
MECH. APPR.						
UNLESS OTHERWISE SPECIFIED		SIZE	1:1			
DIMENSIONS ARE IN MILLIMETERS		UNIT	MM			
2 PL-4628-314-00000		FILE NAME	03/03/15			
		SCALE				
		WEIGHT				
		SHEET			1	
		OF				

SOLUZIONE

Dall'equilibrio alla rotazione del sistema albero-coperchio in posizione chiusa si calcolano i moduli delle forze F_1 e F_2 :



quindi, detta e ($= 8 \text{ mm}$) l'eccentricità del meccanismo di contrasto, si potrà scrivere:

$$(F_1 + F_2) e = Pl \quad \Rightarrow \quad (F_1 + F_2) = \frac{Pl}{e} = 15625 \text{ N}$$

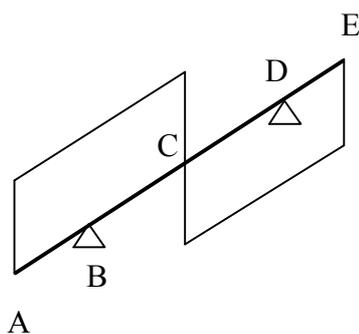
per la simmetria della struttura segue immediatamente che:

$$F_1 = F_2 = \frac{15625}{2} = 7812 \text{ N}$$

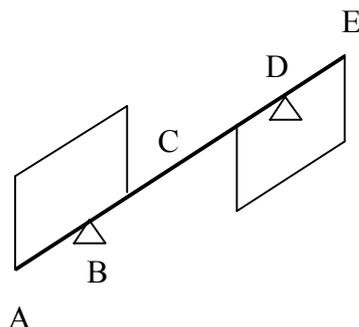
Quindi il momento torcente che sollecita l'albero alle estremità vale in modulo:

$$M_t = F_1 e = 62.5 \text{ Nm}$$

che dà luogo al seguente diagramma lungo l'albero:

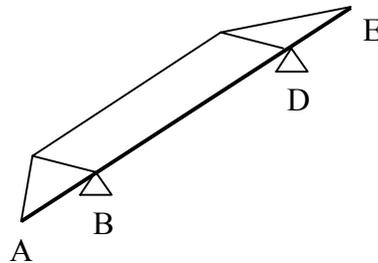


Se si adottasse un schema di calcolo più vicino alla realtà, considerando il coperchio bloccato all'albero in due punti, si avrebbe il diagramma seguente:



Ai fini della verifica del meccanismo le due schematizzazioni sono equivalenti poiché nei tratti in cui l'albero è più snello (AB e DE) il momento torcente risulta comunque uguale a quello sopra calcolato.

Sempre in condizioni di coperchio chiuso, lo studio dell'effetto flessionale delle forze F_1 e F_2 porta al seguente diagramma del momento flettente sul piano orizzontale:



in cui si hanno i valori massimi nei punti B e D.

Essendo $AB = CD = 51 \text{ mm}$ si ha che il momento flettente in B e D a coperchio chiuso vale:

$$M_f^{chiuso} = F_1 \overline{AB} = 398 \text{ Nm}$$

L'effetto del peso del coperchio nel tratto BD può essere trascurato sia perché è di entità modesta sia perché non ha effetto sui tratti AB e DE dove le sezioni dell'albero sono più piccole.

Portando il coperchio in posizione verticale:

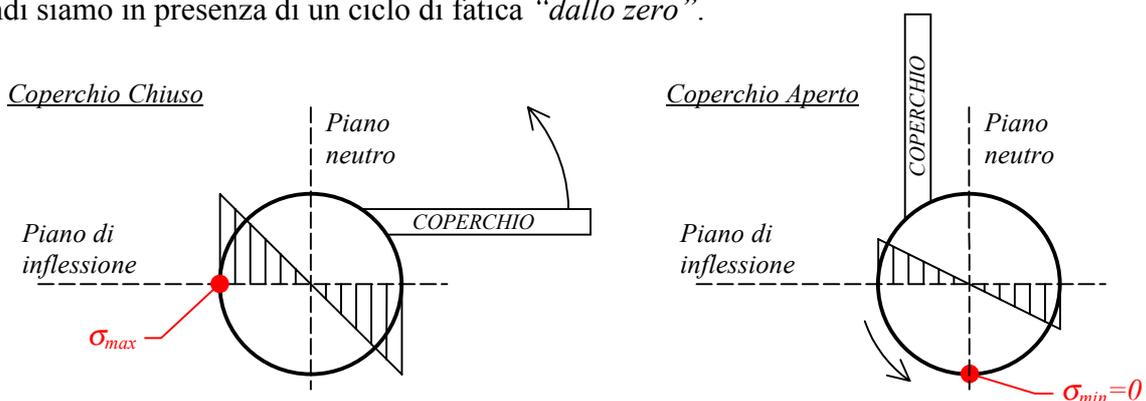
- il momento torcente si annulla perché in queste condizioni tutte le forze risultano complanari all'albero;
- il momento flettente dovuto alle forze F_1 e F_2 si dimezza perché queste hanno adesso modulo metà di quello che avevano a coperchio chiuso:

$$M_f^{aperto} = \frac{M_f^{chiuso}}{2} = 199 \text{ Nm}$$

- l'effetto del peso del coperchio nel tratto BC è ancora trascurabile.

Si noti che passando dalla configurazione a coperchio chiuso a quella di coperchio aperto (e viceversa) l'albero ruota di 90° . Di conseguenza, i punti maggiormente sollecitati quando il momento flettente è massimo (a coperchio chiuso) si trovano a giacere sul piano neutro di inflessione quando la sollecitazione di flessione si dimezza (a coperchio aperto). In questa ultima configurazione le tensioni in quei punti si annullano.

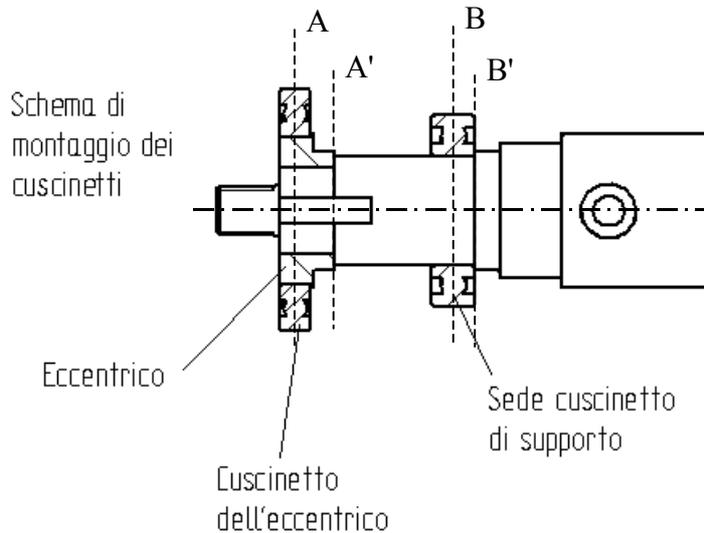
Quindi siamo in presenza di un ciclo di fatica "dallo zero".



Studio delle sezioni maggiormente sollecitate:

Dall'analisi dei diagrammi della sollecitazione e della geometria dell'albero si ricava che le sezioni che devono essere verificate sono:

1. la sezione (B') in corrispondenza dello spallamento del cuscinetto calettato in B dove si possono immaginare applicate le stesse sollecitazioni che si hanno in B;
2. la sezione (A') in corrispondenza dello spallamento di calettamento dell'eccentrico in cui sono presenti due intagli: cambio di diametro e cava di chiavetta.



Sezione B' ($d = 35 \text{ mm}$)

Moduli di resistenza:

$$W_f^B = \frac{\pi d^3}{32} = 4.21 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 \quad W_t^B = \frac{\pi d^3}{16} = 8.42 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$$

Stato di sollecitazione massimo:

$$\sigma_{\max}^B = \frac{M_f^{\text{chiuso}}}{W_f^B} = 94.5 \text{ MPa} \quad \tau_{\max}^B = \frac{M_t}{W_t^B} = 7.42 \text{ MPa}$$

Essendo il ciclo dallo zero sia per le σ che per le τ , i valori medi e alterni varranno:

$$\sigma_m^B = \sigma_a^B = \frac{\sigma_{\max}^B}{2} = 47.2 \text{ MPa} \quad \tau_m^B = \tau_a^B = \frac{\tau_{\max}^B}{2} = 3.71 \text{ MPa}$$

Con l'ausilio delle tabelle si ricavano i fattori di forma effettivi:

$$D/d = 1.08, \quad r/d = 0.023 \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{lll} \text{flessione:} & k_t = 2.4 & q = 0.75 \Rightarrow k_e = 2.05 \\ \text{torsione:} & k'_t = 1.6 & q = 0.82 \Rightarrow k'_e = 1.5 \end{array}$$

E, adottando il criterio di equivalenza Sines, si calcolano i valori equivalenti della tensione media ed di quella alterna:

$$\sigma_{m \text{ eq}} = \sigma_m^B = 47.2 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{a \text{ eq}} = \sqrt{(k_e \sigma_a^B)^2 + 3(k'_e \tau_a^B)^2} = 97.3 \text{ MPa}$$

Dall'equazione segmentaria della retta di Goodman si potrà poi ricavare la σ_N necessaria a garantire la sicurezza richiesta:

$$\frac{\sigma_{a\,eq}}{b_1 b_2 \sigma_N} + \frac{\sigma_{m\,eq}}{\sigma_R} = \frac{1}{X}$$

da cui, essendo $b_1 = 0.81$, $b_2 = 0.88$ e $X = 2.5$:

$$\sigma_N = \frac{\sigma_{a\,eq}}{b_1 b_2 \left(\frac{1}{X} - \frac{\sigma_{m\,eq}}{\sigma_R} \right)} = 396 \text{ MPa}$$

Poiché la σ_N ricavata ha un valore superiore a quello della tensione limite di fatica del materiale, si può calcolarne la durata approssimando con una retta la curva del Woehler nel tratto di progettazione a tempo. Quindi:

$$\sigma_N^m N = \sigma_R^m 10^3 = \sigma_{LF}^m 10^6 \quad \Rightarrow \quad m = \frac{3}{\log \frac{\sigma_R}{\sigma_{LF}}} = 7.78, \quad N = 10^6 \left(\frac{\sigma_{LF}}{\sigma_N} \right)^m = 382\,600$$

Sezione A' ($d = 28 \text{ mm}$)

Moduli di resistenza:

$$W_f^A = \frac{\pi d^3}{32} = 2.15 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 \quad W_t^A = \frac{\pi d^3}{16} = 4.31 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$$

Essendo la distanza $AA' = 13 \text{ mm}$ il momento flettente che sollecita la sezione A' sarà:

$$M_f^{\text{chiuso } A'} = F_1 \overline{AA'} = 101 \text{ Nm}$$

Stato di sollecitazione massimo:

$$\sigma_{\max}^A = \frac{M_f^{\text{chiuso } A'}}{W_f^A} = 46.9 \text{ MPa} \quad \tau_{\max}^A = \frac{M_t}{W_t^A} = 14.5 \text{ MPa}$$

Componenti medie e alterne del ciclo dallo zero:

$$\sigma_m^A = \sigma_a^A = \frac{\sigma_{\max}^A}{2} = 23.5 \text{ MPa} \quad \tau_m^A = \tau_a^A = \frac{\tau_{\max}^A}{2} = 7.25 \text{ MPa}$$

Calcolo dei fattori di forma effettivi dovuti al cambio di diametro:

$$D/d = 1.25, \quad r/d = 0.028 \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{l} \text{flessione: } k_t = 2.5 \quad q = 0.75 \quad \Rightarrow \quad k_e = 2.12 \\ \text{torsione: } k'_t = 1.9 \quad q = 0.82 \quad \Rightarrow \quad k'_{e\text{spallamento}} = 1.74 \end{array}$$

Riguardo l'effetto della cava della chiavetta, va notato che il punto della sezione che si sta verificando (indicato in rosso nello schema precedente) si trova lontano da essa, per cui tale effetto è sicuramente da non considerare nel calcolo delle tensioni dovute alla flessione. Per quanto riguarda la torsione la presenza della cava costituisce un fattore di indebolimento della sezione anche se il punto che si sta verificando è lontano dalla cava, per cui è opportuno tenerne conto nei calcoli attraverso il fattore di forma effettivo per la torsione. Quindi, per una chiavetta diritta montata su un albero in materiale ricotto si avrà:

$$k'_{e\text{chiavetta}} = 1.3 \quad \Rightarrow \quad k'_e = k'_{e\text{spallamento}} \cdot k'_{e\text{chiavetta}} = 2.26$$

Adottando ancora il criterio di equivalenza Sines:

$$\sigma_{m\,eq} = \sigma_m^{A'} = 23.5 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{a\,eq} = \sqrt{(k_e \sigma_a^{A'})^2 + 3(k_e' \tau_a^{A'})^2} = 57.3 \text{ MPa}$$

e, dall'equazione della retta di Goodman, si ricaverà di nuovo la σ_N (con $b_1 = 0.85$, $b_2 = 0.88$ e $X = 1.2$):

$$\sigma_N = \frac{\sigma_{a\,eq}}{b_1 b_2 \left(\frac{1}{X} - \frac{\sigma_{m\,eq}}{\sigma_R} \right)} = 206 \text{ MPa}$$

essendo questa volta $\sigma_N < \sigma_{LF} = 350 \text{ MPa}$, ne segue che la sezione A' può sopportare un numero infinito di cicli.

Verifica dei cuscinetti:

Carico massimo sul cuscinetto sull'eccentrico:

$$P_{eccentrico} = F_1 = 7812 \text{ N}$$

Carico massimo sul cuscinetto di supporto (il peso P del coperchio poteva legittimamente essere trascurato):

$$P_{supporto} = \sqrt{F_1^2 + \left(\frac{P}{2}\right)^2} = 7816 \text{ N}$$

Calcolo delle durate:

$$N_{eccentrico} = 10^6 \left(\frac{C_{eccentrico}}{P_{eccentrico}} \right)^3 = 9084000$$

$$N_{supporto} = 10^6 \left(\frac{C_{supporto}}{P_{supporto}} \right)^3 = 8418000$$

Verifica della molla:

Poiché le due molle lavorano a fatica, il calcolo della sollecitazione deve essere eseguito con la formula:

$$\tau = \frac{8PD}{\pi d^3} \left(\frac{4-d/D}{4(1-d/D)} + \frac{2 \cos \alpha}{3} \frac{d}{D} \right)$$

Nel caso presente il carico P varia tra F_1 e $F_1/2$. Quindi il punto più sollecitato della molla seguirà un ciclo pulsante tra i seguenti valori della tensione tangenziale:

$$\tau_{\max} = 825 \text{ MPa} \quad \tau_{\min} = \frac{\tau_{\max}}{2} = 412 \text{ MPa}$$

che danno luogo ai valori medi e alterni:

$$\tau_m = 619 \text{ MPa} \quad \tau_a = 206 \text{ MPa}$$

Utilizzando il criterio di equivalenza proposto da Juvinall, segue:

$$\sigma_{m \text{ eq}} = |\tau_m| = 619 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{a \text{ eq}} = \sqrt{3} \tau_a = 357 \text{ MPa}$$

Dalla equazione della retta di Goodman si ricaverà, quindi, la σ_N :

$$\sigma_N = \frac{\sigma_{a \text{ eq}}}{\frac{1}{X} - \frac{\sigma_{m \text{ eq}}}{\sigma_R}} = 849 \text{ MPa}$$

avendo posto: $b_1 = 1$, $b_2 = 1$ e $X = 1.2$.

Poiché la σ_N ricavata ha un valore superiore a quello della tensione limite di fatica ($\sigma_{LF} = 750 \text{ MPa}$), si ricaverà la durata della molla come precedentemente mostrato per l'albero:

$$\sigma_N^m N = \sigma_R^m 10^3 = \sigma_{LF}^m 10^6 \quad \Rightarrow \quad m = \frac{3}{\log \frac{\sigma_R}{\sigma_{LF}}} = 9.96, \quad N = 10^6 \left(\frac{\sigma_{LF}}{\sigma_N} \right)^m = 291000$$

Se ne conclude che tra tutti gli organi verificati, le molle hanno la durata più breve.

Calcolo dell'altezza a riposo della molla:

Poiché nel ciclo di lavoro della molla sappiamo che il carico varia tra F_1 e $F_1/2$ per una corsa pari all'eccentricità e , possiamo calcolare la rigidezza k della molla dalla relazione:

$$k = \frac{\Delta P}{\Delta f} = \frac{F_1/2}{e} = 488 \frac{kN}{m}$$

Dalla espressione della rigidezza k per le molle elicoidali si ricava il numero n delle spire attive:

$$k = \frac{d^4 E \cos \alpha}{16(1+\nu)n D^3} \quad \Rightarrow \quad n = \frac{d^4 E \cos \alpha}{16(1+\nu)k D^3} = 2.9$$

Aggiungendo una spira non attiva al numero totale delle spire, si calcola l'altezza a riposo h , come segue:

$$h = (n + 1)\pi D \tan \alpha = 67 \text{ mm}$$