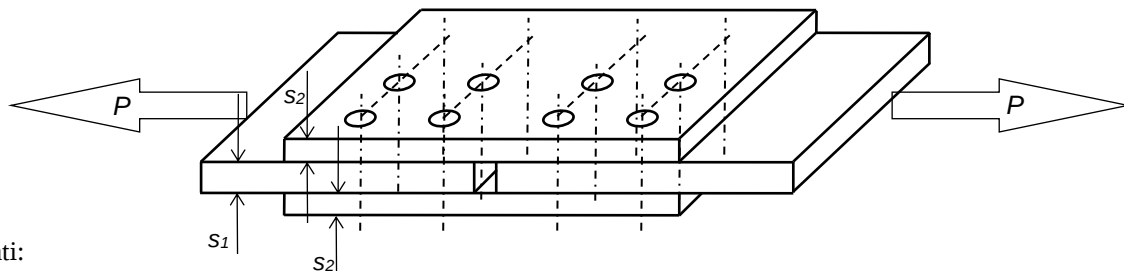


**CORSO DI
ELEMENTI COSTRUTTIVI DELLE MACCHINE
APPELLO DEL 18 GENNAIO 2023**

Esercizio 2

In figura è rappresentato una giunzione bullonata ad attrito tra lamiere in alluminio realizzato con due coprigiunto anch'essi in alluminio. Disponendo unicamente di bulloni M8, di classe di resistenza 8.8, si determini il numero minimo di viti, n_{viti} , e il momento di serraggio, M_s , necessari a trasferire da un lato all'altro del giunto un carico P di 30 kN con coefficiente di sicurezza $X = 1.25$.

Inoltre, ipotizzando che il serraggio sia stato effettuato a temperatura ambiente ($T_0 = 25\text{ }^{\circ}\text{C}$), si valuti di quanto si deve ridurre il carico massimo di esercizio, ΔP , nel caso in cui il giunto venga fatto lavorare alla temperatura di $T_1 = -10\text{ }^{\circ}\text{C}$. Infine, si calcoli la temperatura, T_2 , che porta le viti ad incipiente plasticizzazione.



Altri dati:

- coefficiente di attrito per le filettature e le lamiere: $f = 0.15$,
- spessore lamiera $s_1 = 10\text{ mm}$,
- spessore coprigiunti $s_2 = 8\text{ mm}$,
- modulo elastico alluminio: $E_{Al} = 70\text{ GPa}$,
- coefficiente di espansione termica alluminio: $\alpha_{Al} = 24 \cdot 10^{-6}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$,
- modulo elastico acciaio: $E_{Fe} = 200\text{ GPa}$,
- coefficiente di espansione termica acciaio: $\alpha_{Fe} = 12 \cdot 10^{-6}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$,

Risoluzione

Prima domanda

I bulloni M8 con classe di resistenza 8.8 sono caratterizzati dai seguenti parametri geometrici e di resistenza:

$$\begin{aligned}d_n &= 8\text{ mm} \\d_m &= 0.9 d_n = 7.2\text{ mm} \\d_{res} &= 0.8 d_n = 6.4\text{ mm} \\D_c &= 13\text{ mm} \\passo &= 1.25\text{ mm} \\\sigma_R &= 800\text{ MPa} \\\sigma_S &= 640\text{ MPa}\end{aligned}$$

Di seguito si ricava per il singolo coprigiunto ed in funzione del numero di viti la forza tangenziale che bisogna generare per trasmettere il carico P :

$$T = \frac{P}{n_{viti} n_{interf}} = \frac{30000}{n_{viti} 2} = \frac{15000}{n_{viti}}\text{ N}$$

Conoscendo il valore della forza tangenziale, si determina il valore della forza normale necessaria a generarla:

$$N = \frac{T}{f} X = \frac{15000}{n_{viti}} \frac{1.25}{0.15} = \frac{125000}{n_{viti}}\text{ N}$$

Conoscendo la classe di resistenza dei bulloni e il coefficiente di sicurezza, si ricava la tensione ammissibile che deve essere uguagliata con la tensione di lavoro a cui è sottoposta la singola vite. Nell'equazione risulta che l'unica grandezza incognita è il numero dei bulloni, che vengono così ricavati.

$$\sigma_{amm} = \sigma_{lav} \rightarrow \frac{\sigma_s}{X} = \frac{N}{A_{res}} \rightarrow \frac{\sigma_s}{X} = \frac{125000}{n_{viti} \frac{\pi d_{res}^2}{4}} \rightarrow n_{viti} = 7.59 \rightarrow 8$$

Quindi servono 8 bulloni per poter trasmettere il carico P da 30 kN su una delle due giunzioni, tuttavia il sistema è composto da due giunzioni identiche per cui saranno necessari **16 bulloni (8 per parte)**.

Conoscendo il numero di bulloni, il carico normale e tangenziale generato dalla singola vite è:

$$N = \frac{125000}{n_{viti}} = 15625 \text{ N}$$

$$T = \frac{15000}{n_{viti}} = 1875 \text{ N}$$

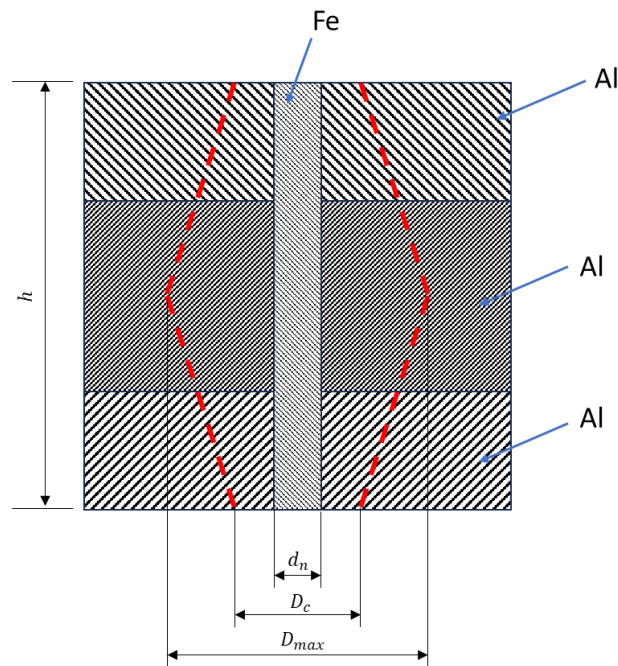
Il momento di serraggio totale M_s è la somma dei due contributi $M_1 + M_2$, e risulta pari a:

$$M_s = M_1 + M_2 = N \frac{d_m}{2} \frac{\cos \beta \sin \alpha + f \cos \alpha}{\cos \beta \cos \alpha - f \sin \alpha} + N \frac{1}{2} \frac{D_c + d_n}{2} f = 12.98 + 12.30 = 25.28 \text{ Nm}$$

Seconda domanda

Se dopo aver serrato a 25 °C si abbassa la temperatura di esercizio fino a -10 °C ($\Delta T = -35 \text{ °C}$), la vite in acciaio si contrae a causa della sollecitazione termica e ciò comporta una diminuzione dello stato tensionale di trazione dovuta al serraggio. Ciò significa che si ha una riduzione del precarico assiale generato dal serraggio eseguito a 25 °C. La riduzione del precarico assiale a sua volta si traduce in una riduzione della forza tangenziale generata per attrito e come effetto finale si potrà trasmettere un carico P minore di quello iniziale (30 kN). Per valutare l'entità della riduzione del carico trasmissibile ΔP , è necessario determinare lo stato tensionale sulla vite quando si riduce la temperatura fino a -10 °C.

Il sistema composto da un bullone, dalla lamiera e dai due coprighiunto può essere rappresentato nel seguente modo:



L'allungamento della vite in direzione assiale è pari all'allungamento totale dei componenti in alluminio (coprighiunto e lamiera) nella stessa direzione, ciò si traduce nella seguente relazione di congruenza:

$$\Delta l_{Al} = \Delta l_{Fe}$$

Quanto all'equilibrio delle forze, esso è pari a:

$$F_{Al} + F_{Fe} = 0 \rightarrow F_{Al} = -F_{Fe}$$

Infatti, quando la vite d'acciaio è in compressione sulle lamiere e sui coprigiunti si genera una reazione opposta di trazione. Dall'equilibrio delle forze si ricava il rapporto tra le tensioni.

$$F_{Al} = -F_{Fe} \rightarrow A_{Al}\sigma_{Al} = -A_{Fe}\sigma_{Fe}$$

L'area della vite è pari all'area nominale della vite:

$$A_{Fe} = A_{nom} = \frac{\pi d_n^2}{4} = 5.03 \cdot 10^{-5} m^2$$

Per quanto riguarda l'area del sistema alluminio (lamiera e coprigiunto) si ha che il volume d'alluminio coinvolto nel serraggio è approssimabile ad una forma costituita da un doppio tronco di cono forato al centro (zona tratteggiata in rosso nella figura precedente). Questa zona ha una rigidità assiale equivalente a quella di un corpo cilindrico che ha come diametro interno il diametro nominale della vite e come diametro esterno il diametro medio tra il diametro massimo e il diametro della testa. L'area di questo cilindro cavo equivalente non è altro che l'area della corona circolare, quindi si ha:

$$D_{max} = D_c + h \tan 30 = 0.02801 m$$

$$A_{Al} = A_{eq} = \frac{\pi}{4} \left[\left(\frac{D_{max} + D_c}{2} \right)^2 - d_n^2 \right] = 2.8 \cdot 10^{-4} m^2$$

Riprendendo l'equilibrio delle forze espresso attraverso le tensioni si ottiene:

$$A_{Al}\sigma_{Al} = -A_{Fe}\sigma_{Fe} \rightarrow A_{eq}\sigma_{Al} = -A_{nom}\sigma_{Fe} \rightarrow \sigma_{Al} = -\frac{A_{nom}}{A_{eq}}\sigma_{Fe} = -0.18 \sigma_{Fe}$$

Dalla relazione di congruenza e dall'equilibrio delle forze, imponendo un abbassamento di temperatura di -35 °C si ricava lo stato tensionale della vite d'acciaio a -10° C. Le deformazioni plastiche dell'alluminio e dell'acciaio si impongono nulle in quanto entrambi i materiali non plasticizzano sotto una sollecitazione termica di raffreddamento. Infatti, raffreddando molto la giunzione al limite può arrivare ad una condizione in cui la vite si è contratta talmente tanto da far annullare la condizione di precarico dovuto dal serraggio, questo comporta l'annullamento del serraggio e l'azzeramento di tutte le forze coinvolte e scambiate tra lamiera, coprigiunto e vite. Rimane solamente la deformazione termica che è reversibile una volta che i materiali ritornano alla temperatura iniziale; per questo motivo non ci sono deformazioni plastiche in questo specifico caso.

$$\varepsilon_{Al,tot} = \varepsilon_{Fe,tot} \rightarrow \frac{\sigma_{Al}}{E_{Al}} + \varepsilon_{pl Al} + \alpha_{Al} \Delta T = \frac{\sigma_{Fe}}{E_{Fe}} + \varepsilon_{pl Fe} + \alpha_{Fe} \Delta T$$

$$\rightarrow -\frac{A_{nom}}{A_{eq}}\sigma_{Fe} \frac{1}{E_{Al}} + \alpha_{Al} \Delta T = \frac{\sigma_{Fe}}{E_{Fe}} + \alpha_{Fe} \Delta T$$

$$\rightarrow \sigma_{Fe} = \frac{\Delta T(\alpha_{Al} - \alpha_{Fe})}{\frac{1}{E_{Fe}} + \frac{A_{nom}}{A_{eq}} \frac{1}{E_{Al}}} = -55.52 MPa$$

Dopo aver serrato a 25 °C, riducendo la temperatura fino a -10 °C si ottiene una riduzione dello stato tensionale pari a -55.52 MPa di compressione sulla vite che corrisponde ad una riduzione di carico assiale pari a:

$$\Delta N = A_{nom} \sigma_{Fe} = -2790 N$$

Per ricavare la riduzione di carico trasmissibile si imposta la seguente espressione:

$$\Delta P = \Delta T n_{viti} n_{int} = \Delta N \frac{f}{X} n_{viti} n_{int} = -5360 N$$

Ovvero, raffreddando a -10°C dopo aver serrato a 25 °C, il carico trasmissibile si riduce di **-5360 N**.

Terza domanda

Si richiede di trovare la temperatura T_2 che porta ad incipiente plasticizzazione le viti.

La temperatura T_2 è quella che si raggiunge riscaldando l'intero sistema. Dato che la lamiera e i coprigiunto in alluminio tendono a dilatarsi molto più della vite in acciaio, quest'ultima sarà soggetta ad uno stato di trazione, mentre la lamiera e i coprigiunto saranno in uno stato di compressione. È bene ricordarsi che i bulloni sono stati serrati, quindi è presente un precarico che genera una tensione iniziale di trazione sulla vite di cui bisogna tener conto per il raggiungimento della tensione di snervamento a trazione (+640 MPa).

La tensione iniziale di trazione agente sulla vite è pari a:

$$\sigma_0 = \frac{N}{A_{res}} = 485.7 \text{ MPa}$$

Partendo dalla condizione di congruenza:

$$\varepsilon_{Al,tot} = \varepsilon_{Fe,tot} \rightarrow \frac{\sigma_{Al}}{E_{Al}} + \varepsilon_{pl\ Al} + \alpha_{Al} \Delta T = \frac{\sigma_{Fe}}{E_{Fe}} + \varepsilon_{pl\ Fe} + \alpha_{Fe} \Delta T$$

si impone:

$\varepsilon_{pl\ Al} = 0$ in quanto sicuramente l'Al non snerva prima della vite in acciaio Fe (vedere equilibrio forze)

$\varepsilon_{pl\ Fe} = 0$ per la condizione di incipiente snervamento della vite in acciaio Fe

$\sigma_{Fe} = +\sigma_{S\ Fe}$ per la condizione di incipiente snervamento della vite in acciaio Fe

$\sigma_{Al} = -\frac{A_{nom}}{A_{eq}}(+\sigma_{S\ Fe})$ dall'equilibrio delle forze

Si ottiene quindi:

$$-\frac{A_{nom}}{A_{eq}}(+\sigma_{S\ Fe})\frac{1}{E_{Al}} + \alpha_{Al} \Delta T = \frac{\sigma_{S\ Fe}}{E_{Fe}} + \alpha_{Fe} \Delta T$$

Si ricava quindi l'aumento di temperatura necessario al raggiungimento della condizione di incipiente snervamento:

$$\Delta T = \sigma_{S\ Fe} \left(\frac{1}{E_{Fe}} + \frac{A_{nom}}{A_{eq}} \frac{1}{E_{Al}} \right) \frac{1}{\alpha_{Al} - \alpha_{Fe}}$$

Si noti che all'interno del valore di $\sigma_{S\ Fe}$ bisogna considerare la tensione di trazione del precarico iniziale dovuta al serraggio. Ovvero, all'inizio dell'aumento di temperatura la vite in acciaio parte con una tensione iniziale di trazione pari a $\sigma_0 = 485.7 \text{ MPa}$ e per raggiungere la tensione di snervamento $\sigma_{S\ Fe} = 640 \text{ MPa}$ è necessario generare ulteriori $\sigma_{S\ Fe} - \sigma_0 = +154.3 \text{ MPa}$ dovuti alla sollecitazione termica. Quindi l'espressione per calcolare l'aumento di temperatura diventa:

$$\Delta T = (\sigma_{S\ Fe} - \sigma_0) \left(\frac{1}{E_{Fe}} + \frac{A_{nom}}{A_{eq}} \frac{1}{E_{Al}} \right) \frac{1}{\alpha_{Al} - \alpha_{Fe}}$$

Da cui si ottiene $\Delta T = 97.3 \text{ }^\circ\text{C}$, per cui la temperatura T_2 di incipiente plasticizzazione delle viti è **122.3 °C**.