CORSO DI ELEMENTI COSTRUTTIVI DELLE MACCHINE
(NUOVO ORDINAMENTO)

APPELLO STRAORDINARIO DEL 9 OTTOBRE 2003

Per caratterizzare il comportamento a fatica del componente meccanico mostrato in figura 1, viene eseguita una prova accelerata nelle modalità e con i risultati sintetizzati nella seguente tabella:

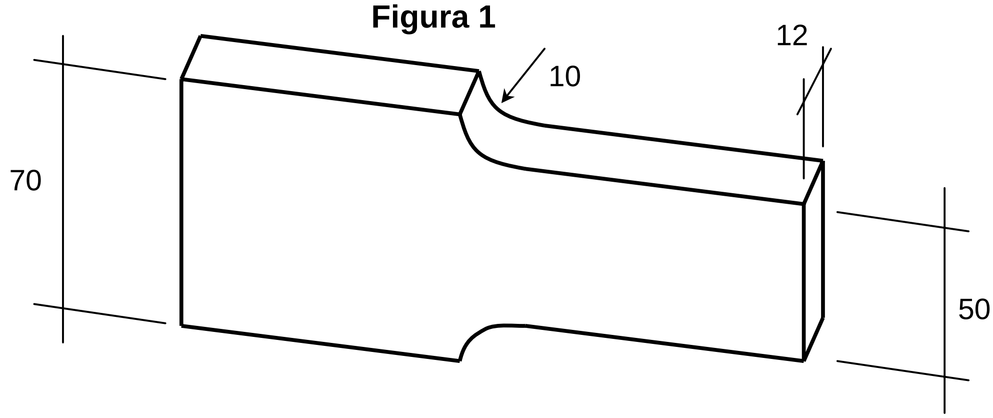
Tipo di sollecitazione	Carico massimo	Rapporto di sollecitazione R	Numero di cicli medio a rottura
Trazione-compressione (fig. 2a)	300 kN	0.1	45500

Sulla base dei risultati di questa prova si valuti il momento flettente massimo che può essere applicato allo stesso pezzo qualora si richieda che soddisfi le seguenti specifiche:

Tipo di sollecitazione	Rapporto di sollecitazione R	Durata	Coefficiente di sicurezza
Flessione sul piano dell'elemento (fig. 2b)	-1	infinita	1.5

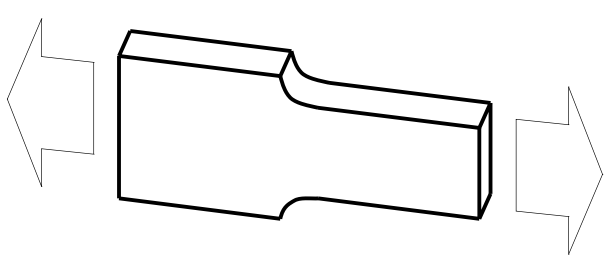
Materiale (acciaio): σ_R=900 MPa, σ_S=750 MPa
Finitura superficiale: sgrossatura buona

Figura 1

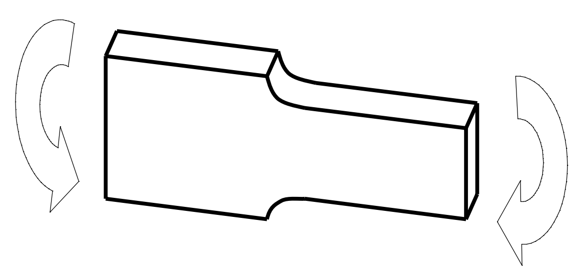


Tutte le dimensioni sono espresse in mm

Figura 2



a



b

SOLUZIONE

(svolta e redatta da Marco D'Angelo)

Prima parte

Si calcola la tensione massima sull'elemento in esame, considerando il carico massimo applicato durante la prova di fatica e la sezione di minore area:

$$\sigma_{\max} = \frac{N}{A} = \frac{300000}{600 \cdot 10^{-6}} = 500\,MPa$$

Essendo noto il rapporto di sollecitazione $R = \dfrac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}}$, si ottiene:

$$\sigma_{\min} = R\,\sigma_{\max} = 50\ MPa$$

Queste due tensioni forniscono, per il ciclo in esame, i valori della componente media ed alternata della sollecitazione:

$$\sigma_m = \frac{500 + 50}{2} = 275\ MPa$$

$$\sigma_a = \frac{500 - 50}{2} = 225\ MPa$$

Data la presenza di un intaglio, è necessario maggiorare la componente alterna della sollecitazione attraverso un opportuno coefficiente (k_e, coefficiente effettivo d'intaglio).
Il valore di tale coefficiente si trova tramite la relazione:

$$k_e = (k_t - 1)q + 1$$

dove il coefficiente di sensibilità all'intaglio q ed il coefficiente teorico d'intaglio k_t valgono, in questo caso:

$$q = 0.97$$
$$k_t = 1.6$$

Pertanto per la componente alterna della sollecitazione equivalente si ottiene come:

$$\sigma_{a\,eq} = k_e\,\sigma_a = 356\ MPa$$

Inoltre, la componente media della sollecitazione equivalente risulta uguale alla sollecitazione media:

$$\sigma_{m\,eq} = \sigma_m = 275\ MPa$$

Attraverso l’equazione segmentarla della retta di Goodman nel piano di Soderberg, vale a dire:

$$\frac{\sigma_{a\,eq}}{b_1\, b_2\, \sigma_N} + \frac{\sigma_{m\,eq}}{\sigma_R} = \frac{1}{X}$$

posso ricavare il valore di σ_N, cioè la tensione limite di fatica associata al ciclo di carico in esame.
I coefficienti b_1 e b_2 valgono in questo caso:

$b_1 = 0.97$ (Calcolato sulla base della dimensione minore della sezione più sollecitata = *12 mm*)
$b_2 = 0.78$

Il coefficiente di sicurezza X si assume di valore unitario perché i dati di prova sono riferiti alla rottura dei campioni testati.
Pertanto si ottiene:

$$\sigma_N = \frac{356}{0.97 \cdot 0.78 \left(1 - \frac{275}{900}\right)} = 677.5\ MPa$$

Applicando ora l’equazione che approssima la curva del Woehler (che esprime, per un dato materiale, la relazione tra tensione applicata e numero di cicli), ovvero:

$$\sigma^m N = \text{ cost}$$

ed essendo noto il valore della tensione di rottura per il materiale, si ottiene:

$$\sigma_N{}^m\, 45500 = 900^m\ 10^3$$

Dalla quale è possibile ricavare il valore dell’esponente *m*:

$$m = \frac{\log \frac{45500}{10^3}}{\log \frac{900}{677.5}} = 13.4$$

Si ottiene quindi il valore della tensione limite di fatica:

$$\sigma_{LF} = 677.5 \left(\frac{45500}{10^6}\right)^{1/m} = 538\ MPa$$

Seconda parte

Essendo ora il rapporto di fatica *R=-1*, si può scrivere :

$$\sigma_m = 0$$
$$\sigma_a = \sigma_{\max}$$

Pertanto, l’equazione della retta di Goodman assume la seguente forma:

$$\frac{k_e\,\sigma_a}{b_1\,b_2\,\sigma_{LF}} = \frac{1}{X}$$

Esprimendo la σ_a come:

$$\sigma_a = \frac{M_f}{W_f} \qquad \text{con} \qquad W_f = \frac{b\,h^2}{6} = 5\cdot 10^{-6}\ m^3$$

L’equazione della retta di Goodman, diventa:

$$\frac{k_e\,M_f}{b_1\,b_2\,W_f\ \sigma_{LF}} = \frac{1}{X}$$

Rispetto alla prima parte, cambiano ora (caso di flessione alternata) i valori dei coefficienti:

$b_1 = 0.76$ (calcolato sulla base dell’altezza della sezione di inflessione = *50 mm*)
$k_e = 1.42$ (essendo: $k_t = 1.43$ e $q = 0.98$)

Risolvendo l’equazione precedente rispetto all’unica incognita, M_f, si ottiene:

$$M_f = \frac{b_1\,b_2\,W_f\ \sigma_{LF}}{k_e\,X} = 748\ Nm$$

che è il momento flettente massimo che il componente può sopportare con un ciclo alterno simmetrico per un numero indefinito di cicli.