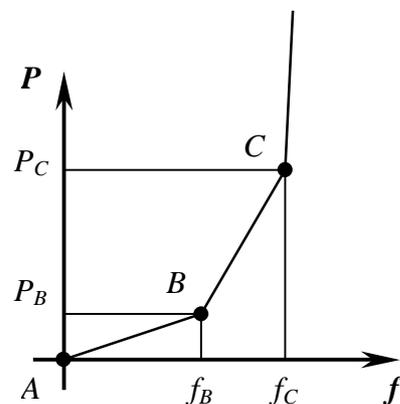


**CORSO DI
ELEMENTI COSTRUTTIVI DELLE MACCHINE
(NUOVO ORDINAMENTO)**

APPELLO DEL 13 DICEMBRE 2005

Una sospensione meccanica è costituita da due molle elicoidali concentriche, M_1 ed M_2 , con caratteristiche geometriche diverse. Poiché le due molle hanno differente altezza, la curva caratteristica (carico-freccia) della sospensione si presenta come mostrato a lato. Nel tratto AB lavora solamente la molla di altezza maggiore, nel tratto BC lavorano entrambe le molle e nel tratto CD la sospensione ha rigidità elevatissima perché almeno una delle due molle risulta schiacciata "a pacchetto". Sulla base dei dati riportati nel seguito si valuti:

- il carico P_B e la freccia f_B relativi alle condizioni del punto B ;
- il numero dei cicli che il sistema può sopportare, con un coefficiente di sicurezza $X = 1.15$, se sollecitato da un carico variabile con valore massimo pari a P_C e caratterizzato da un rapporto di sollecitazione $R = 0.2$.

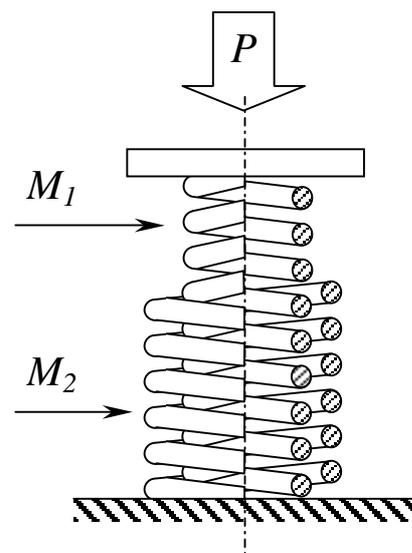


Molla M_1 :

diametro del filo	$d = 3.5 \text{ mm}$
diametro dell'elica media	$D = 20 \text{ mm}$
angolo di avvolgimento	$\alpha = 7^\circ$
numero spire attive	$n_a = 15$
numero spire non attive	$n_{na} = 1$
materiale (lega di Nichel):	$E = 207 \text{ GPa}$,
	$\sigma_R = 1650 \text{ MPa}$,
	$\sigma_S = 1250 \text{ MPa}$,
	$\sigma_N = 480 \text{ MPa}$ ($a \cdot 5 \cdot 10^7$ cicli)

Molla M_2 :

diametro del filo	$d = 6 \text{ mm}$
diametro dell'elica media	$D = 35 \text{ mm}$
angolo di avvolgimento	$\alpha = 4^\circ$
numero spire attive	$n_a = 12$
numero spire non attive	$n_{na} = 1$
materiale (acciaio):	$E = 200 \text{ GPa}$,
	$\sigma_R = 1200 \text{ MPa}$,
	$\sigma_S = 900 \text{ MPa}$,
	$\sigma_{LF} = 550 \text{ MPa}$



Finitura superficiale
per entrambe le molle:

equivalente ad una rettifica fine

SOLUZIONE BREVE

Applicando la relazione:

$$k = \frac{d^4 E \cos \alpha}{16(1 + \nu) n_a D^3}$$

si calcolano le rigidezze delle due molle:

$$k_1 = 12352 \text{ N/m}$$

$$k_2 = 24162 \text{ N/m}$$

e dalle relazioni:

$$h_0 = (n_a + n_{na}) \pi D \tan \alpha \quad , \quad h_p = (n_a + n_{na}) d$$

si valutano le loro altezze libere e a pacchetto:

$$h_{01} = 0.123 \text{ m} \quad , \quad h_{p1} = 0.056 \text{ m}$$

$$h_{02} = 0.1 \text{ m} \quad , \quad h_{p2} = 0.078 \text{ m}$$

ne segue che in B la freccia e il carico varranno:

$$f_B = h_{01} - h_{02} = 0.023 \text{ m}$$

$$P_B = k_1 f_B = 290 \text{ N}$$

Nel punto C , è la molla 2 ad andare a pacchetto essendo $h_{p2} > h_{p1}$. Quindi la freccia della sospensione in C sarà:

$$f_C = h_{01} - h_{p2} = 0.045 \text{ m}$$

Il carico massimo P_C può essere calcolato come somma dei contributi delle due molle:

$$P_{C1} = f_C k_1 = 561 \text{ N}$$

$$P_{C2} = (f_C - f_B) k_2 = 530 \text{ N} \quad (\text{la molla 2 lavora solo tra i punti B e C})$$

$$P_{max} = P_C = P_{C1} + P_{C2} = 1091 \text{ N}$$

Inoltre, noto il rapporto di sollecitazione R , segue che:

$$P_{min} = R P_{max} = 218 \text{ N}$$

Poiché P_{min} è minore di P_B , il ciclo di fatica per le due molle sarà caratterizzato dai seguenti valori massimi e minimi del carico:

$$P_{max1} = P_{C1} = 561 \text{ N} \quad , \quad P_{min1} = P_{min} = 218 \text{ N}$$

$$P_{max2} = P_{C2} = 530 \text{ N} \quad , \quad P_{min2} = 0 \text{ N}$$

dai quali, applicando la seguente relazione:

$$\tau = \frac{8 P D}{\pi d^3} \left(\frac{4 - d/D}{4(1 - d/D)} + \frac{2 \cos \alpha}{3} \frac{d}{D} \right)$$

si ottengono i valori massimi e minimi della sollecitazione per le due molle:

$$\tau_{max1} = 850 \text{ MPa} \quad , \quad \tau_{min1} = 331 \text{ MPa}$$

$$\tau_{max2} = 278 \text{ MPa} \quad , \quad \tau_{min2} = 0 \text{ MPa}$$

e i relativi valori della $\sigma_{m eq}$ e $\sigma_{a eq}$ (criterio di Juvinall):

$$\sigma_{m eq1} = 590 \text{ MPa} \quad , \quad \sigma_{a eq1} = 450 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{m eq2} = 139 \text{ MPa} \quad , \quad \sigma_{a eq2} = 241 \text{ MPa}$$

Inserendo questi valori nell'espressione della retta di Goodman (con $b_1 = 1$ e $b_2 \cong 1$) si ottengono i valori della σ_N relativi alle due molle:

$$\sigma_{N1} = 879 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{N2} = 319 \text{ MPa}$$

Essendo la molla 2 costruita in acciaio ed essendo $\sigma_{N2} < \sigma_{LF}$, la molla 2 ha vita infinita.

La durata della molla 1 si ottiene invertendo la relazione che approssima con una retta il diagramma del Wöhler del materiale (in questo caso nichel):

$$N = 1000 (\sigma_{R1} / \sigma_{N1})^m = 250000 \quad \text{con} \quad m = 8.763$$