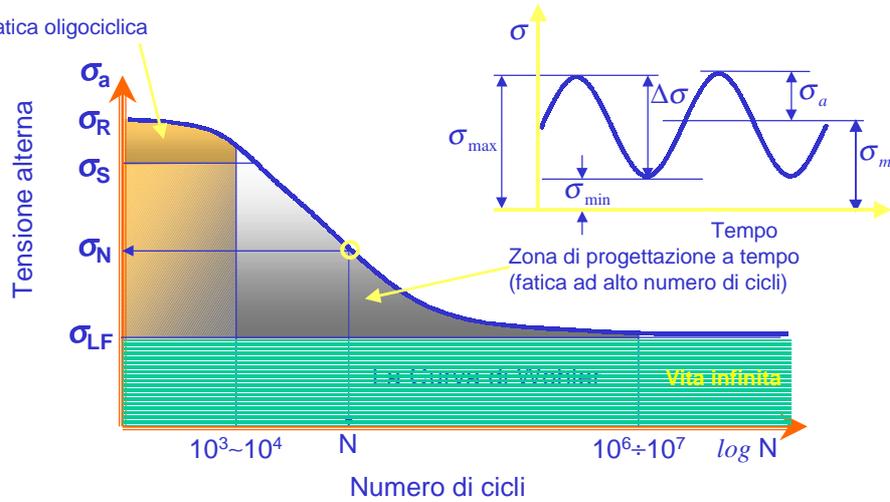


## Modelli di accumulo del danno di fatica

### La sollecitazione a fatica: nomenclatura

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2} \quad \sigma_m = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2} \quad \Delta\sigma = \sigma_{\max} - \sigma_{\min} \quad R = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}}$$

Fatica oligociclica

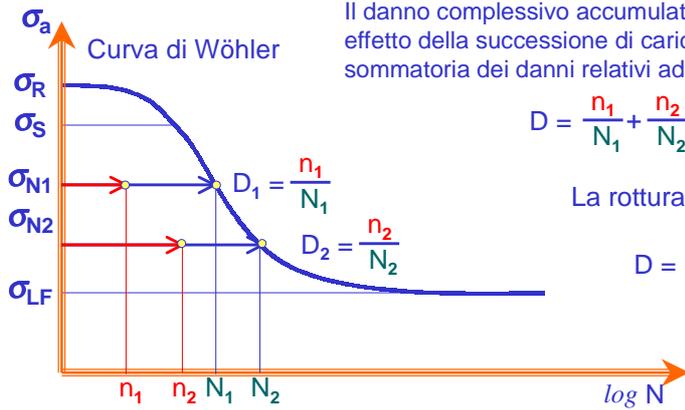


### Modelli di cumulo del danno dovuto a carichi ciclici

Teoria lineare di Palmgren-Miner

Il danno accumulato dal materiale per effetto del carico ciclico è proporzionale al rapporto tra il numero di cicli che il componente ha subito  $n_1$  ed il numero di cicli  $N_1$  che provoca rottura al livello di sollecitazione  $\sigma_{N1}$

Il danno complessivo accumulato dal materiale per effetto della successione di carichi ciclici è dato dalla sommatoria dei danni relativi ad ogni livello di carico:

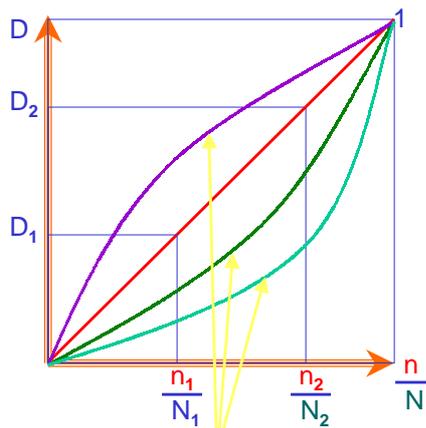


$$D = \frac{n_1}{N_1} + \frac{n_2}{N_2} + \dots$$

La rottura si verifica se:

$$D = \sum_i \frac{n_i}{N_i} \geq 1$$

### Modelli di cumulo del danno



le diverse curve sono relative a diversi valori di carico

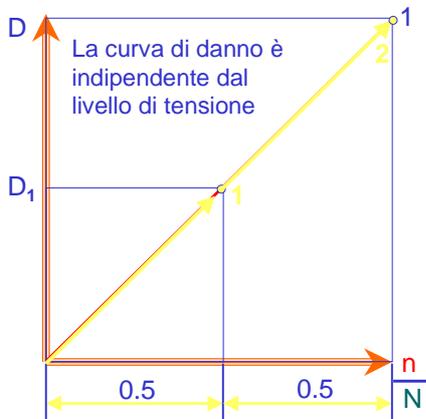
Teoria lineare di Palmgren-Miner  $D_i = \frac{n_i}{N_i}$

In realtà la rottura può verificarsi per valori di D compresi tra 0.6 e 1.6

$$D = \sum_i \frac{n_i}{N_i} \begin{matrix} \leftarrow 1.6 \\ \leftarrow 4 \\ \leftarrow 0.6 \\ \leftarrow 0.25 \end{matrix}$$

e nel caso di particolari successioni di cicli la variabilità del valore critico di D può essere ancora più ampia, con valori compresi tra 0.25 e 4

### Modelli di cumulo del danno



La curva di danno è indipendente dal livello di tensione

Applicando la teoria lineare nel caso di due livelli di sollecitazione  $\sigma_1$  e  $\sigma_2$  (con  $\sigma_1 < \sigma_2$ )

Il valore di  $\sum_i \frac{n_i}{N_i}$  non dipende dalla sequenza di carico.

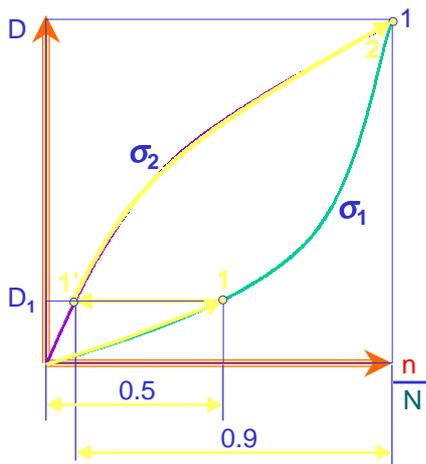
Sequenza  $\Rightarrow$   $n_1$  a livello  $\sigma_1$   
 $n_2$  a livello  $\sigma_2$

$n_1 (\sigma_1)$  fino a  $\frac{n_1}{N_1} = 0.5$

$n_2 (\sigma_2)$  fino a rottura  $\Rightarrow D=1$

$$\frac{n_1}{N_1} = 0.5 \quad \frac{n_2}{N_2} = 0.5 \quad \longrightarrow \quad \sum_i \frac{n_i}{N_i} = 1$$

### Modelli di cumulo del danno



Applicando un modello non lineare di cumulo del danno nel caso di due livelli di sollecitazione  $\sigma_1$  e  $\sigma_2$ , (con  $\sigma_1 < \sigma_2$ )

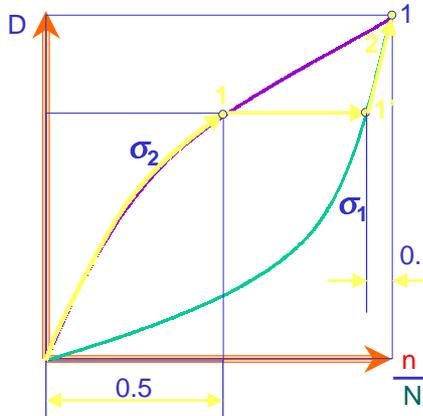
il valore di  $\sum_i \frac{n_i}{N_i}$  dipende dalla sequenza di carico.

Sequenza n°1  $\Rightarrow$   $n_1$  a livello  $\sigma_1$   
 $n_2$  a livello  $\sigma_2$

Sequenza n°2  $\Rightarrow$   $n_2$  a livello  $\sigma_2$   
 $n_1$  a livello  $\sigma_1$

$$\frac{n_1}{N_1} = 0.5 \quad \frac{n_2}{N_2} = 0.9 \quad \longrightarrow \quad \sum_i \frac{n_i}{N_i} = 0.5 + 0.9 = 1.4$$

### Modelli di cumulo del danno



Applicando un modello non lineare di cumulo del danno nel caso di due livelli di sollecitazione  $\sigma_1$  e  $\sigma_2$ , (con  $\sigma_1 < \sigma_2$ )

il valore di  $\sum_i \frac{n_i}{N_i}$  dipende dalla sequenza di carico.

Sequenza n°1  $\Rightarrow$   $n_1$  a livello  $\sigma_1$   
 $n_2$  a livello  $\sigma_2$

Sequenza n°2  $\Rightarrow$   $n_2$  a livello  $\sigma_2$   
 $n_1$  a livello  $\sigma_1$

$$\frac{n_1}{N_1} = 0.5 \quad \frac{n_2}{N_2} = 0.15 \quad \longrightarrow \quad \sum_i \frac{n_i}{N_i} = 0.5 + 0.15 = 0.65$$

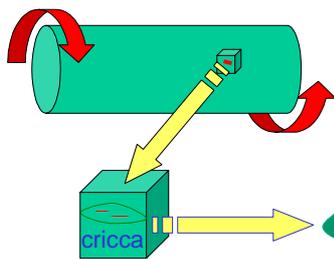
### Modelli di cumulo del danno

Teoria bilineare di Manson

Il danno accumulato dal materiale per effetto del carico ciclico è proporzionale al rapporto  $\frac{n}{N}$

$$D = \sum_i \frac{n_i}{N_i} \geq 1$$

Ma possono essere individuate due fasi dell'accumulo del danno:



Fase di nucleazione  $N_n$       Fase di propagazione  $N_p$

$$N_{tot} = N_n + N_p = n^\circ \text{ di cicli che causano la rottura}$$

$$N_p = P \cdot N_{tot} \quad \longrightarrow \quad n^\circ \text{ di cicli necessari alla } \underline{\text{propagazione}} \text{ del difetto}$$

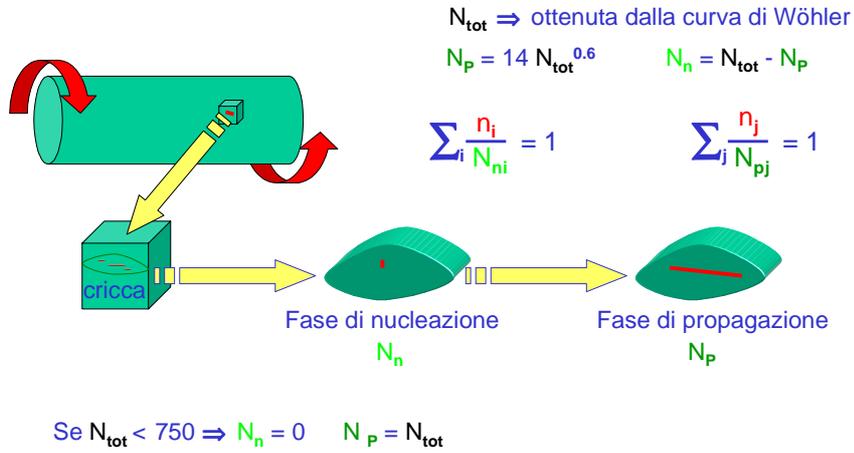
$$N_n = N_{tot} - N_p \quad \longrightarrow \quad n^\circ \text{ di cicli necessari alla } \underline{\text{nucleazione}} \text{ del difetto}$$

Caratteristiche del materiale

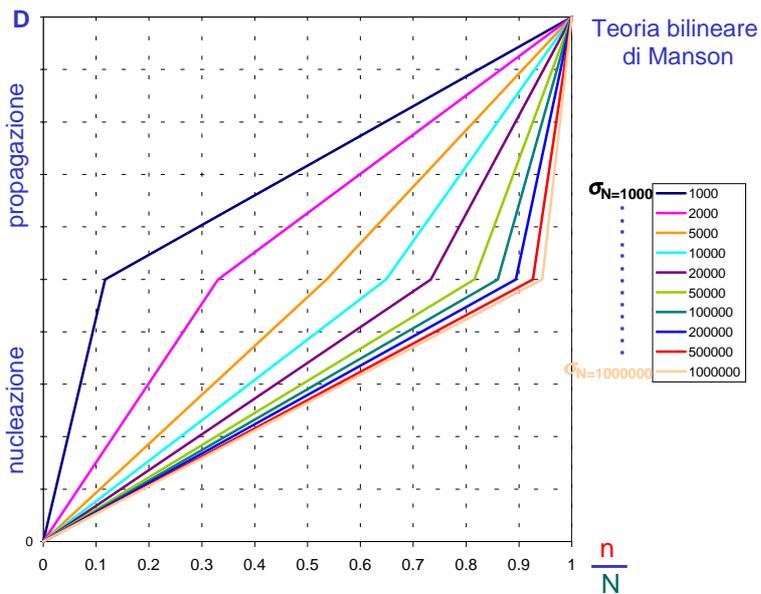
$\longrightarrow$  Per molti materiali per costruzioni meccaniche  $P = 14$  e  $p = 0.6$

### Modelli di accumulo del danno

Teoria bilineare di Manson



### Modelli di cumulo del danno

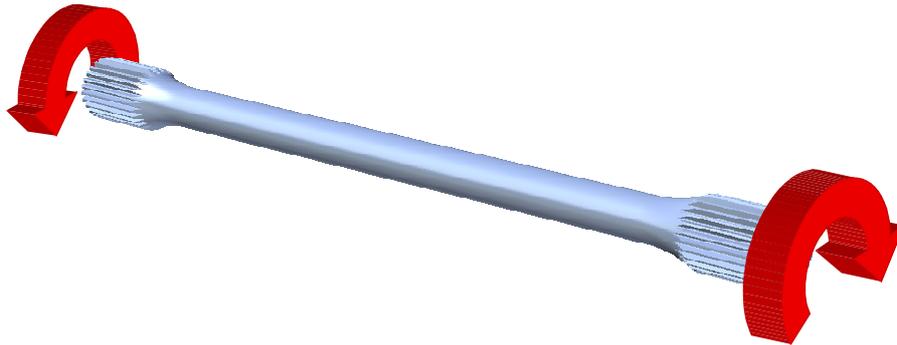


### Modelli di cumulo del danno: esercizio 1

Una barra di torsione, del diametro  $D$  di 25 mm, è stata sollecitata per 60 000 cicli con un ciclo alterno simmetrico con ampiezza di  $\pm 500$  Nm.

Successivamente, lo stesso componente viene montato su un altro dispositivo, dove viene sollecitato con un ciclo dallo zero caratterizzato da un momento torcente massimo di 750 Nm. Utilizzando sia la legge di accumulo lineare del danneggiamento per fatica di Miner che quella bilineare di Manson, si valuti quanti cicli la barra può ancora sopportare considerando un coefficiente di sicurezza  $X = 1.25$ .

Materiale: C60 ( $\sigma_R = 800$  MPa,  $\sigma_S = 600$  MPa,  $\sigma_{LA} = 320$  MPa)  
Coefficienti legge di Manson:  $P = 14$ ,  $p = 0.6$



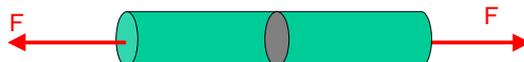
### Modelli di cumulo del danno: esercizio 2

Una tirante a sezione circolare deve poter sopportare 40 ripetizioni del seguente spettro di carico:

$F = \pm$	$N =$
A) 98000 N	1.200 cicli
B) 54000 N	7.000 cicli
C) 39000 N	50.000 cicli

Utilizzando la legge di cumulo di Miner, si valuti il diametro minimo della sezione.

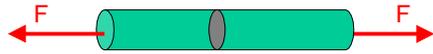
Materiale:  $\sigma_R = 1100$  MPa,  $\sigma_S = 1000$  MPa,  $\sigma_{LF} = 480$  MPa  
Coefficiente di sicurezza richiesto  $X = 1.3$



### Modelli di cumulo del danno: esercizio 3

#### Spettro di carico

$F = \pm$	A) 150 000 N	4.200 cicli
	B) 94 000 N	17.000 cicli
	C) 50 000 N	50.000 cicli
	D) 30 000 N	150.000 cicli



Utilizzando la legge di Manson, si valuti il diametro del tirante richiesto per sopportare due ripetizioni della sequenza di carico.  
Si ripeta poi lo stesso calcolo invertendo l'ordine della sequenza.

#### Curva del Wöhler (99%)

Tensione	N° di cicli
1160 MPa	100
1104 MPa	1350
1035 MPa	3500
966 MPa	7100
897 MPa	14200
828 MPa	28000
759 MPa	55500
690 MPa	110000
621 MPa	216000
552 MPa	440000
483 MPa	1980000
475 MPa	$\infty$