EQUAZIONI ALLE DERIVATE PARZIALI
ING. AEROSPAZIALE
Prova teorica del 16/9/2008

Nome e Cognome _____

matricola _____ Firma _____

MOTIVARE TUTTE LE RISPOSTE

ATTENZIONE:

Gli esercizi 1, 2, 3 valgono 10 punti ciascuno.

Gli esercizi 4, 5, 6 valgono 6 punti ciascuno.

Prima di consegnare il compito, nella prima riga di quadratini sotto tracciate una crocetta in ogni casella corrispondente a un esercizio che volete venga valutato, fino a un massimo di 3 crocette. Se tracciate più di 3 crocette, solo le prime 3 da sinistra verranno prese in considerazione.

Solo gli esercizi indicati in questo modo verranno valutati: quelli non indicati non verranno valutati neanche se risolti.

Se fate un errore o cambiate idea, cancellate tutta la riga di quadratini con un tratto orizzontale e usate quella sotto.

Se non tracciate neanche una crocetta, né il compito di Tecnica né quello di Teoria verranno corretti.

Altre istruzioni:

- Riempite gli spazi sopra con il vostro nome, numero di matricola e firma.
- Risolvete ciascun esercizio nella pagina corrispondente; potete usare anche il retro della pagina. Se avete bisogno di altri fogli bianchi chiedeteli a chi controlla l'esame.
- Usate solo la penna per scrivere. Qualsiasi segno tracciato con la matita verrà ignorato completamente. Non consegnate la brutta copia.
- Sono proibiti l'uso di testi, appunti e simili (oltre che di calcolatori anche non programmabili).
- È proibita qualsiasi comunicazione con altri.

Non dimenticate di indicare gli esercizi da valutare:

1 2 3 4 5 6

1 2 3 4 5 6

1 2 3 4 5 6

1 2 3 4 5 6

1 2 3 4 5 6

Si dimostri che se $u \in C^{2,1}(Q)$, soddisfa

$$\begin{aligned}u_t - Du_{xx} &= -u, & \text{in } Q, \\u_x(a, t) &= 0, & t > 0, \\u(b, t) &= 0, & t > 0,\end{aligned}$$

ove $Q = (a, b) \times (0, T)$, allora

$$\int_a^b u(x, t)^2 dx \leq \int_a^b u(x, 0)^2 dx, \quad t > 0.$$

Si enunci e si dimostri il teorema di approssimazione di funzioni mediante convoluzione con nuclei di approssimazione.

Facsimile

Si dimostri che se $u \in C^2((a, b) \times (\alpha, \beta))$ soddisfa

$$u_{tt} - c^2 u_{xx} = 0, \quad \text{in } (a, b) \times (\alpha, \beta),$$

allora

$$u(x, t) = f(x - ct) + g(x + ct).$$

Facsimile

Si enunci la formula che lega la trasformata di Laplace di una funzione e quella della sua derivata, nelle ipotesi opportune.

Facsimile

Si illustri il fenomeno di Gibbs per le serie di Fourier.

Facsimile

Si enunci il teorema di esistenza e unicit di soluzioni del problema di Cauchy per equazioni a derivate parziali semilineari del primo ordine.

Facsimile

EQUAZIONI ALLE DERIVATE PARZIALI
ING. AEROSPAZIALE
Prova teorica del 16/9/2008

Nome e Cognome _____

matricola _____ Firma _____

MOTIVARE TUTTE LE RISPOSTE

ATTENZIONE:

Gli esercizi 1, 2, 3 valgono 10 punti ciascuno.

Gli esercizi 4, 5, 6 valgono 6 punti ciascuno.

Prima di consegnare il compito, nella prima riga di quadratini sotto tracciate una crocetta in ogni casella corrispondente a un esercizio che volete venga valutato, fino a un massimo di 3 crocette. Se tracciate più di 3 crocette, solo le prime 3 da sinistra verranno prese in considerazione.

Solo gli esercizi indicati in questo modo verranno valutati: quelli non indicati non verranno valutati neanche se risolti.

Se fate un errore o cambiate idea, cancellate tutta la riga di quadratini con un tratto orizzontale e usate quella sotto.

Se non tracciate neanche una crocetta, né il compito di Tecnica né quello di Teoria verranno corretti.

Altre istruzioni:

- Riempite gli spazi sopra con il vostro nome, numero di matricola e firma.
- Risolvete ciascun esercizio nella pagina corrispondente; potete usare anche il retro della pagina. Se avete bisogno di altri fogli bianchi chiedeteli a chi controlla l'esame.
- Usate solo la penna per scrivere. Qualsiasi segno tracciato con la matita verrà ignorato completamente. Non consegnate la brutta copia.
- Sono proibiti l'uso di testi, appunti e simili (oltre che di calcolatori anche non programmabili).
- È proibita qualsiasi comunicazione con altri.

Non dimenticate di indicare gli esercizi da valutare:

1 2 3 4 5 6

1 2 3 4 5 6

1 2 3 4 5 6

1 2 3 4 5 6

1 2 3 4 5 6

Si dimostri che se $u \in C^{2,1}(Q)$, soddisfa

$$\begin{aligned}u_t - Du_{xx} &= -u^3, & \text{in } Q, \\u_x(a, t) &= 0, & t > 0, \\u(b, t) &= 0, & t > 0,\end{aligned}$$

ove $Q = (a, b) \times (0, T)$, allora

$$\int_a^b u(x, t)^2 dx \leq \int_a^b u(x, 0)^2 dx, \quad t > 0.$$

Si enunci e si dimostri la formula di D'Alembert.

Facsimile

Si dimostri che se $f \in C^1(\mathbf{R})$ è periodica di periodo 2π , la sua serie di Fourier converge uniformemente in $\mathbf{R}$, ossia più in particolare, che

$$f(x) = \alpha_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n \cos nx + \beta_n \sin nx$$

implica

$$\sum_{n=1}^{\infty} |\alpha_n| + |\beta_n| < \infty.$$

Si enunci la formula che lega la trasformata di Fourier di una funzione e quella della sua derivata, nelle ipotesi opportune.

Facsimile

Si dia la definizione di sistema ortonormale completo.

Facsimile

Si enunci la formula di rappresentazione delle soluzioni del problema per l'equazione di Laplace nel semipiano.

Facsimile