

Università degli studi di Roma *La Sapienza*
Esame di Meccanica applicata alle macchine

per allievi del Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica
(Prof. N.P. Belfiore)

Metodo analitico esatto

Formule di riferimento:

$$\sin \vartheta = \frac{2 \tan \frac{\vartheta}{2}}{1 + \tan^2 \frac{\vartheta}{2}} \quad \cos \vartheta = \frac{1 - \tan^2 \frac{\vartheta}{2}}{1 + \tan^2 \frac{\vartheta}{2}} \quad (1)$$

$$\frac{\omega_3}{\omega_1} = -\frac{r_1 \sin(\vartheta_1 - \vartheta_2)}{r_3 \sin(\vartheta_3 - \vartheta_2)} \quad \frac{\omega_2}{\omega_1} = -\frac{r_1 \sin(\vartheta_1 - \vartheta_3)}{r_2 \sin(\vartheta_2 - \vartheta_3)} \quad (2)$$

$$\vec{v}_E = ir_1 \omega_1 e^{i\theta_1} + ir_E \omega_2 e^{i(\vartheta_2 + \vartheta_E)} \quad (3)$$

$$\alpha_3 = -\frac{\alpha_1 r_1 \sin(\vartheta_1 - \vartheta_2) + r_1 \omega_1^2 \cos(\vartheta_1 - \vartheta_2) + r_2 \omega_2^2 + r_3 \omega_3^2 \cos(\vartheta_3 - \vartheta_2)}{r_3 \sin(\vartheta_3 - \vartheta_2)} \quad (4)$$

$$\alpha_2 = -\frac{\alpha_1 r_1 \sin(\vartheta_1 - \vartheta_3) + r_1 \omega_1^2 \cos(\vartheta_1 - \vartheta_3) + r_2 \omega_2^2 \cos(\vartheta_2 - \vartheta_3) + r_3 \omega_3^2}{r_2 \sin(\vartheta_2 - \vartheta_3)} \quad (5)$$

$$\vec{a}_E = ir_1 \alpha_1 e^{i\theta_1} - \omega_1^2 r_1 e^{i\theta_1} + ir_E \alpha_2 e^{i(\vartheta_2 + \vartheta_E)} - \omega_2^2 r_E e^{i(\vartheta_2 + \vartheta_E)} \quad (6)$$

Coordinate del centro di curvatura della traiettoria:

$$x_{\Omega E} = x - \frac{\dot{y}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)}{\dot{x}\ddot{y} - \dot{y}\ddot{x}} \quad y_{\Omega E} = y + \frac{\dot{x}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)}{\dot{x}\ddot{y} - \dot{y}\ddot{x}} \quad (7)$$

Metodo generale delle equazioni di vincolo

Analisi delle posizioni:

$$[y]_m^{i+1} = [y]_m^i - \left([J_y]_{m \times m}^i \right)^{-1} [f]_m^i, \quad (8)$$

Velocità:

$$[\dot{y}]_m = -\left([J_y]_{m \times m}\right)^{-1} [J_x]_{m \times F} [\dot{x}]_F \quad , \quad (9)$$

accelerazioni

$$[\ddot{y}]_m = -\left([J_y]_{m \times m}\right)^{-1} [J_x]_{m \times F} [\ddot{x}]_F - \left([J_y]_{m \times m}\right)^{-1} [\gamma]_m \quad . \quad (10)$$

Matrice inversa di A

$$A := \begin{bmatrix} a11 & a12 \\ a21 & a22 \end{bmatrix}$$

$$INVERSA_DI_A := \begin{bmatrix} \frac{a22}{a11 \ a22 - a12 \ a21} & -\frac{a12}{a11 \ a22 - a12 \ a21} \\ -\frac{a21}{a11 \ a22 - a12 \ a21} & \frac{a11}{a11 \ a22 - a12 \ a21} \end{bmatrix} \quad ,$$