



Programma del Corso di

Meccanica applicata alle macchine - 9 crediti - A.A. 2008 – 2009

(versione del 26 dicembre 2008 – totale 5 pagine)

per gli allievi iscritti al

Corso di Laurea in Ingegneria meccanica

Prof. N.P. Belfiore

Cinematica

Prime definizioni: elemento cinematico, coppia cinematica. Grado di libertà di una coppia cinematica. Numero di mobilità. Grado di vincolo. Esempio di coppie cinematiche di uso frequente e determinazione del corrispondente grado di libertà e grado di vincolo: coppia rotoidale, coppia prismatica, coppia elicoidale, coppia cilindrica, coppia sferica, coppia piana. Classificazione delle coppie secondo Relaux. Coppie superiori ed inferiori. Coppie in chiusura di forza e in chiusura di forma. Definizione di meccanismo e di catena cinematica. Esempi di meccanismi con programmi di analisi dinamica multi-body e modellazione solida.

Metodi di rappresentazione di meccanismi e di catene cinematiche. Schema funzionale di un meccanismo. Rappresentazione poligonale di catene cinematiche. Le catene di Watt e Stephenson. Cenni sulla teoria dei grafi nella classificazione dei meccanismi. Cenni sulla notazione di Franke. Formule topologiche per il calcolo dei gradi di libertà. Formula del Grubler nello spazio e nel piano. Formula di Eulero per il calcolo del numero di circuiti indipendenti. Formula di Kutzbach. Moti infinitesimi. Velocità ed accelerazione di un elemento nella formulazione intrinseca. Velocità ed accelerazioni di due elementi appartenenti al medesimo corpo rigido. Formula fondamentale della cinematica.

Moti relativi. Velocità ed accelerazioni di un elemento rispetto a due diversi sistemi di riferimento in moto relativo. Atto di moto.

Centro C (e P_0) delle velocità (e di istantanea rotazione). Campo delle velocità. Polari del primo ordine. Definizione. Costruzione della polare fissa date le traiettorie di due punti. Metodo del trasporto per la costruzione della polare mobile. Il puro rotolamento nel moto relativo tra le polari. Esempio. Le polari nel manovellismo. Il centro K delle accelerazioni. Esistenza ed unicità. Campo delle accelerazioni. Velocità di K. Accelerazione di P_0 . Circonferenza dei flessi. Accelerazione di P_0 e di I in funzione di δ . Ortogonalità delle polari all'accelerazione di P_0 in P_0 . Formula di Euler Savary (seconda espressione). Formula di Euler-Savary (prima espressione). Individuazione del centro

K a partire dalla conoscenza della circonferenza dei flessi, di P_0 e dell'accelerazione di un punto. Determinazione del centro di curvatura Ω della traiettoria di un punto M date le polari (costruzione grafica e sua giustificazione). Circonferenza di stazionarietà.

Meccanismi con coppie superiori. Tracciamento del profilo s coniugato da uno σ assegnato, essendo note le polari del moto: metodo dell'inviluppo, metodo delle normali. Tracciamento simultaneo dei profili coniugati, essendo note le polari e la curva epiciclo. Metodo dell'epiciclo con curva ausiliaria. Metodo dell'epiciclo con traiettoria di punto. Determinazione delle proprietà dei centri di curvatura dei profili coniugati: tramite circonferenze osculatrici ai profili coniugati; tramite profili ricavati dal metodo dell'epiciclo per traiettoria di punto. Meccanismi equivalenti.

Moti relativi. Teorema di Aronhold Kennedy. Velocità di strisciamento tra due profili coniugati e velocità u_s ed u_σ . Sistemi articolati. Regola del Grashof per il quadrilatero articolato.

Giunti di trasmissione. Tipi di giunti di trasmissione. Giunti rigidi ed elastici (cenni). Giunti articolati. Giunto di Oldham. Giunto di Cardano. Espressione del rapporto di trasmissione. Doppio giunto cardanico.

Esercizi di analisi cinematica delle leve oscillanti e delle leve rotolanti con il teorema dei moti relativi ed il metodo del meccanismo equivalente. Parallelogramma ed antiparallelogramma, tecnigrafo, pantografo. Inversori: di Hart e di Peaucellier.

Statica

Equazioni cardinali. Metodi grafici. Casi elementari: corpo soggetto a 2, 3 e 4 forze soltanto. Principio di disgregazione. Disgregazione di sottoelementi complessi. Teorema dei lavori virtuali e sua applicazione per i meccanismi ideali

Tribologia e lubrificazione

Rugosità. Profilo nominale. Massima altezza superficiale R_t . Rugosità media, parametro di rugosità

Rq, cenni sulla normativa ASME B46.1-1985 e 1995, ISO 4287 e 4287/1 -1997 ed ISO 13565-1996. Coefficiente di attrito Coulombiano: attrito statico ed attrito radente. Formule di Hertz: contatti puntiformi, raggio di curvatura medio, raggio dell'areola, pressione massima, schiacciamento. Contatti lineari (facoltativo). Coefficiente di attrito approssimato nell'ipotesi di usura adesiva. Altri meccanismi di usura (abrasione, erosione, fretting e corrosione, fatica superficiale). Classificazione fenomenologia dell'usura (scuffing, scoring, spalling, case crushing, pitting, galling). Modelli per il calcolo dell'usura. Modello energetico del Reye. Modello di Archard. Tasso di usura specifica $\chi = k / H$. Attrito nella coppia rotoidale portante (circonferenza di attrito). Equilibrio statico di una leva con attrito. Attrito nella coppia rotoidale spingente (raggio medio). Attrito volvente per isteresi (ritardo di elasticità). Casi elementari: ruota trainata scarica, ruota motrice trainante. Definizione del coefficiente di attrito volvente. Attrito volvente dovuto ad urti.

Introduzione alla lubrificazione. Lubrificanti, caratteristiche generali. Additivi, caratteristiche generali. Cuscinetti Volventi. Calcolo statico cuscinetti portanti,

formula di Stribeck $P_0 = 5 \frac{Q}{z}$ Deduzione delle relazioni

$$\delta_i = \delta_0 \cos(i\gamma) , \begin{cases} \delta_i = k^3 \sqrt{Q_i^2} & \text{sfere} \\ \delta_i = Q_i & \text{rulli} \end{cases} , \begin{cases} P_0 = 4.37 \frac{Q}{z} & \text{sfere} \\ P_0 = 4 \frac{Q}{z} & \text{rulli} \end{cases}$$

Calcolo a fatica. Espressione $L_{10\%} = k \left(\frac{C}{P} \right)^p$.

Viscosità. Legge del Petroff. Fluidi Newtoniani. Dipendenza della viscosità della temperatura e dalla pressione. Formula di Barus, formula del Reynolds. Indice di viscosità, V.I. Teoria monodimensionale del Reynolds. Portata Q del fluido nel meato a facce piane parallele: necessità di un meato a spessore variabile. Gradiente delle pressioni in un meato piano convergente. Deduzione della sezione di gradiente nullo. Deduzione del diagramma delle pressioni. Forza sostenitrice, forza tangenziale, retta d'applicazione. Coefficiente di attrito mediato. Meato costante a tratti (cuscinetti a gradino). Meato ad altezza variabile linearmente. Deduzione dell'altezza corrispondente al gradiente nullo. Deduzione delle espressioni della forza portante per unità di larghezza, del coefficiente di attrito mediato e dell'ascissa di applicazione della risultante delle pressioni. Cuscinetti assiali lubrificati idrodinamicamente. Cuscinetti Michell: problema diretto e inverso. Lubrificazione idrostatica della coppia rotoidale spingente. Deduzione delle espressioni della portata totale $Q_r = - \frac{h^3 \pi (p_e - p_i)}{6 \mu \ln \frac{R_e}{R_i}}$ e della pressione:

$$p(r) = p_i - \frac{p_i - p_e}{\ln \frac{R_e}{R_i}} \ln \frac{r}{R_i} .$$

Cenni sulla compensazione idrostatica. Espressioni della resistenza del recesso

$$R = \frac{\Delta p}{Q} = \frac{6 \mu \ln \frac{R_e}{R_i}}{h^3 \pi} e \quad \text{del restrittore} \quad R_r = \frac{\Delta p}{Q} = \frac{128 \mu l}{\pi d^4} .$$

Espressione della perdita di pressione $p_{mandata} - p_{recesso} = Q R$.

Coppia portante lubrificata idrodinamicamente. Geometria del meato ed applicazione della teoria semplificata del Reynolds monodimensionale. Gioco $c = R - r$, eccentricità $e = OO'$, angoli ψ e ϑ , altezza del meato h . Gradiente delle pressioni e tensioni tangenziali. Cuscinetto completo secondo la teoria Sommerfeld. Calcolo di dell'altezza di gradiente nullo. Calcolo della spinta laterale (nulla), calcolo della

forza portante $N = \int_0^{2\pi} p(\vartheta) \cdot r \cdot d\vartheta \cdot \sin(\vartheta)$,

$$N = A(\varepsilon) \mu v \frac{R^2}{\delta^2} ,$$

della forza tangenziale equivalente

$$T = B(\varepsilon) \mu v \frac{R}{\delta} \quad \text{e del coefficiente di attrito mediato}$$

$$f_m = \frac{T}{N} = \tan \varphi_m = k(\varepsilon) \sqrt{\frac{\mu v}{R}} .$$

Significato fisico del coefficiente di attrito mediato.

Modello del semi cuscinetto secondo il Sommerfeld.

Definizione dell'angolo β e condizione per il calcolo di

dell'altezza di gradiente nullo $\int_0^{\pi} \frac{dp}{d\vartheta} d\vartheta = 0$. Condizioni

per determinare l'eccentricità e e l'angolo β ,

$$0 = \int_0^{\pi} p(\vartheta) \cdot R \cdot \cos \vartheta \cdot d\vartheta \quad \text{e} \quad N = \int_0^{\pi} p(\vartheta) \cdot R \cdot d\vartheta \cdot \sin(\vartheta) .$$

Il rendimento meccanico

Lavoro ed energia. Equazione del bilancio energetico in una macchina. Regime assoluto e periodico. Esercizio ideale ed esercizio reale. Definizione del rendimento meccanico. Rendimento dei meccanismi in serie ed in parallelo. Espressioni del rendimento nei sistemi a regime assoluto. Moto retrogrado ed arresto spontaneo. Condizioni per l'arresto spontaneo

Dinamica dei sistemi di corpi rigidi.

Classificazione delle forze: Interne – esterne, motrici – resistenti, attive – vincolari. Dinamica dell'elemento. Dinamica del corpo rigido: equazioni cardinali generali;

Sollecitazioni di inerzia e riformulazione delle equazioni cardinali. Applicazione del Principio dei lavori virtuali esteso alla dinamica. Problemi di dinamica dei sistemi di corpi rigidi: problema dinamico diretto e inverso. Esempio: quadrilatero articolato (inverso), pendolo composto (diretto).

Ruote dentate

Ruote di frizione: interasse, rapporto di trasmissione. diametro delle primitive. Profili ad evolvente: Metodo dell'epiciclo (rettilineo) per traiettoria di punto. Metodo dell'epiciclo (rettilineo) con curva ausiliaria. Profili ad evolvente. Metodo delle normali. Circonferenza fondamentale come evoluta del profilo del dente (cenno alle caratteristiche curva e sua evolvente). Prime definizioni sui profili ad evolvente: angolo caratteristico, passo, modulo e proporzionamento modulare, spessore del dente e vano. Arco di accesso e di recesso, arco di azione, fattore di ricoprimento. Il problema dell'interferenza nelle ruote dentate. I mezzi per ovviare al problema dell'interferenza. Aumento dell'angolo caratteristico. Profili ribassati. Profili corretti. Velocità di strisciamento. Rendimento istantaneo nelle ruote dentate. Minimo numero di denti nella coppia rochetto dentiera. La geometria delle ruote dentate mediante programmi di Computer Aided Design. Simulazione dell'intaglio nelle ruote dentate. Problema del sottotaglio nella costruzione dei denti.

Metodi analitici e numerici di analisi cinematica.

Analisi cinematica con metodi esatti. Introduzione al metodo dei numeri complessi. Richiami sulla formula di Eulero $e^{i\varphi} = \cos \varphi + i \sin \varphi$. Operatore di rotazione di

$$90^\circ \quad e^{i\frac{\pi}{2}} = \cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2} = i \quad \text{Analisi delle velocità ed}$$

$$\text{accelerazioni} \quad \vec{v}_B = \vec{v}_A + \omega \overrightarrow{AB} \cdot e^{i\left(\varphi + \frac{\pi}{2}\right)} \quad e$$

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \alpha \overrightarrow{AB} \cdot e^{i\left(\varphi + \frac{\pi}{2}\right)} - \omega \overrightarrow{AB} \cdot e^{i\varphi} \quad \text{di due punti } A \text{ e } B$$

appartenenti al medesimo sistema rigido. Analisi delle configurazioni di un quadrilatero mediante l'equazione

$$\text{di chiusura} \quad \sum_{j=1}^4 r_j \cdot e^{i\varphi_j} = 0 \quad (\text{per eliminazione di } \varphi_3$$

quadrando e sommando), deduzione dell'espressione $A \cos \varphi_4 + B \sin \varphi_4 + C = 0$ e sua risoluzione

$$\begin{cases} A = 2r_4(r_2 \cos \varphi_2 - r_1) \\ B = -2r_2 r_4 \sin \varphi_2 \\ C = r_1^2 + r_2^2 + r_4^2 - 2r_1 r_2 \cos \varphi_2 \end{cases} \quad \text{tramite} \quad \text{sostituzioni}$$

$$\cos \varphi_4 = \frac{1 - \tan^2 \frac{\varphi_4}{2}}{1 + \tan^2 \frac{\varphi_4}{2}}, \quad \sin \varphi_4 = \frac{2 \tan \frac{\varphi_4}{2}}{1 + \tan^2 \frac{\varphi_4}{2}} \quad \text{Caratteristiche}$$

cinematiche del generico punto di biella E di posizione $\overrightarrow{OE} = r_2 \cdot e^{i\varphi_2} + r_E \cdot e^{i(\varphi_3 + \varphi_E)}$

. Derivazione dell'equazione di chiusura per la deduzione delle velocità e delle accelerazioni. Risoluzione mediante moltiplicazione per

$\cdot e^{-i\varphi_3}$ e $\cdot e^{-i\varphi_4}$ e successiva proiezione sull'asse reale. Deduzione delle espressioni delle velocità e delle accelerazioni angolari. Velocità ed accelerazione del generico punto di biella:

$$\begin{aligned} \vec{v}_E &= i \cdot \dot{\varphi}_2 \cdot r_2 \cdot e^{i\varphi_2} + i \cdot \dot{\varphi}_3 \cdot r_E \cdot e^{i(\varphi_3 + \varphi_E)} \\ \vec{a}_E &= -\dot{\varphi}_2^2 \cdot r_2 \cdot e^{i\varphi_2} + i \cdot \ddot{\varphi}_2 \cdot r_2 \cdot e^{i\varphi_2} + \\ &\quad -\dot{\varphi}_3^2 \cdot r_E \cdot e^{i(\varphi_3 + \varphi_E)} + i \cdot \ddot{\varphi}_3 \cdot r_E \cdot e^{i(\varphi_3 + \varphi_E)}. \end{aligned}$$

Applicazioni del metodo di analisi cinematica al quadrilatero articolato mediante programma di manipolazione algebrica: analisi cinematica con i metodi analitici, analisi cinematica con il metodo delle equazioni di vincolo: angoli delle aste, coordinate naturali.

Analisi cinematica con il metodo delle equazioni di vincolo. Gradi di libertà. Indipendenza delle equazioni di vincolo. Deduzione delle forme critiche mediante applicazione del teorema del Dini. Forme critiche nel manovellismo. Caso di manovella movente:

$$\det(\psi_y) = -r_2 r_3 \sin(\vartheta_2 - \vartheta_3)$$

Analisi delle posizioni (mediante metodo numerico di Newton-Raphson). Analisi delle velocità. Analisi delle accelerazioni (con e senza partizionamento delle matrici).

Analisi dinamica con i moltiplicatori di Lagrange (nel piano)

Definizioni e nomenclatura. Coordinate lagrangiane. Deduzione della matrice delle masse generale per tutto il sistema. Vettore delle accelerazioni delle coordinate lagrangiane. Vettore delle forze esterne, vettore delle reazioni vincolari. Partizionamento della matrice Jacobiana e suddivisione delle coordinate lagrangiane in dipendenti ed indipendenti. Applicazione dell'ipotesi di annullamento del lavoro delle forze di reazione (caso ideale) e deduzione delle espressioni

$$[\psi_y]_{m \times n} [\delta y]_m = -[\psi_x]_{m \times F} [\delta x]_F, \quad [r_y]_m^T [\delta y]_m = -[r_x]_F^T [\delta x]_F$$

Interpretazione del vettore delle reazioni r_y come combinazione lineare delle righe di ψ_y

$$\begin{bmatrix} [r_y]_{m \times n}^T \\ [\psi_y]_{m \times m} \end{bmatrix} [\delta y]_m = - \begin{bmatrix} [r_x]_{1 \times F} \\ [\psi_x]_{m \times F} \end{bmatrix} [\delta x]_F = \begin{bmatrix} []_F \\ []_m \end{bmatrix}$$

Deduzione del vettore delle reazioni in funzione del

vettore dei moltiplicatori di Lagrange

$[r]_n = [\psi]_{q \times n}^T [\lambda]_m$. Risoluzione iterativa del problema dinamico diretto e individuazione della legge del moto e dei moltiplicatori di Lagrange. Esempio di applicazione mediante programma di manipolazione algebrica: problema dinamico diretto nel doppio pendolo.

Oscillazioni meccaniche nei sistemi elastici riconducibili a sistemi a parametri concentrati.

Vibrazioni nei sistemi a parametri concentrati. Masse. Molle. Smorzatori viscosi. Metodi di analisi: metodo dei numeri complessi, formula di Eulero. Molle in serie ed in parallelo. Smorzatori in serie ed in parallelo.

Oscillatore armonico libero non smorzato.

Equazione di equilibrio dinamico. Risposta con assegnate condizioni iniziali. Metodo del Rayleigh. Sua applicazione a caso dell'oscillatore libero non smorzato. Ulteriore applicazione al caso di un sistema oscillante con massa e carrucola.

Oscillatore armonico libero smorzato.

Equazione di equilibrio dinamico. Fattore Ipercritico. Fattore Critico. Fattore Sottocritico. Decremento logaritmico nello smorzatore libero smorzato.

Vibrazioni forzate e smorzate.

Espressione della forzante. Soluzione nel campo complesso. Modulo e fase della risposta. Diagrammi vettoriali per le zone quasi statica, di risonanza e sismografica.

Coefficiente di trasmissibilità (per $\zeta = 0$ e per $\zeta > 0$).

Organi di regolazione: dimensionamento del volano.

Equazione di bilancio dell'energia. Irregolarità periodica. Massima velocità periferica. Dimensionamento del volano.

Vibrazioni flessionali.

Velocità critiche flessionali ad un g.d.l. Rigidezza flessionale di un albero. Caso particolare di rilevazione delle frecce nella sezione di applicazione del carico

$k = \frac{3EI}{a^2b^2}$. Momento d'inerzia di figura della sezione

circolare. Alberi in rotazione. Fenomeno dell'autocentrimento. Caso di eccentricità nulla, condizione dell'equilibrio.

Cenno sulle vibrazioni dei sistemi a parametri concentrati con n gradi di libertà.

Cenno ai sistemi con n g.d.l. Soluzione sincrona nel campo complesso $[\bar{x}(t)] = [X] e^{i\omega t}$ ed equazione di riferimento con l'introduzione delle matrici delle masse e delle rigidezze $[m][\ddot{x}] + [k][x] = [0]$.

Pulsazioni torsionali.

Pulsazioni torsionali. Rigidezza torsionale di un albero. Momento polare d'inerzia di figura della sezione circolare. Pendolo torsionale. Pulsazioni torsionali con due volani ed estremi liberi. Soluzione banale e sua

interpretazione. Pulsazione $\omega^2 = k \frac{I_1 + I_2}{I_1 I_2}$ e linea

elastica $\frac{\Theta_2}{\Theta_1} = -\frac{I_1}{I_2}$.

Freni

Il problema della frenatura. Equazioni di riferimento ($P-Q-F$) $\Delta t = m(v_2 - v_1)$ e $(M_m - M_u - M_f) \Delta t = I(\omega_2 - \omega_1)$. Casi particolari: arresto da marcia rettilinea, mantenimento velocità costante con eccesso di forza motrice. Freni ad accostamento rigido: impuntamento. Freni ad accostamento libero: parzializzazione del pattino.

Camme

Dinamica (problema del distacco). Tribologia (lubrificazione ed usura). Diagramma delle alzate, piastra di traslazione equivalente: con cedente a coltello. Costruzione per involuppo nel caso della punteria a rullo deviata. Camma ad accelerazione costante.

Esercitazioni

Scale di rappresentazione dei vettori nel piano. Scale degli spazi. Esempio: rappresentazione di meccanismi. Metodi grafici. Metodo dei poli. Metodo dei diagrammi polari. Integrazione numerica. Formule di Bezout e di Cavalieri Simpson. Uso del foglio elettronico per risolvere semplici problemi numerici. Risoluzione di semplici equazioni differenziali col metodo passo passo. Cenni sul metodo alle differenze finite.

Esercitazione n. 1	Analisi cinematica del primo ordine del manovellismo. Determinazione delle polari del primo ordine. Determinazione grafica di una curva di biella.
Esercitazione n. 2	Analisi cinematica del secondo ordine del manovellismo.
Esercitazione n. 3	Analisi cinematica del quadrilatero articolato.
Esercitazione n. 4	Esercizi di statica risolti mediante il principio di disgregazione e con il teorema dei lavori virtuali.
Esercitazione N. 5	Problema dinamico diretto per una massa localizzata.
Esercitazione N. 6	Lubrificazione. Cuscinetti Michell.
Esercitazione N. 7	Lubrificazione. Coppia rotoidale portante.
Esercitazione n. 8	Calcolo del rendimento di meccanismi in regime assoluto, mediante formula pratiche.
Esercitazione n. 9	Evolvente e cicloide.
Esercitazione n. 10	Metodi analitici di analisi cinematica.
Esercitazione n. 11	Metodi di analisi cinematica mediante equazioni di vincolo.
Esercitazione n. 12	Geometria delle ruote dentate.
Esercitazione n. 13	Analisi dinamica. Problema dinamico inverso.
Esercitazione n. 14	Analisi dinamica. Problema dinamico diretto.

Inoltre, fanno parte integrante del presente programma le esercitazioni ed il materiale messo a disposizione sul sito.