```
> restart:
  with(LinearAlgebra):
```

IMPOSTAZIONE DELLE EQUAZIONI PER LA CINEMATICA DEL MANOVELLISMO CON LE COORDINATE ASSOLUTE

Coordinate lagrangiane, Metodo delle coordinate relative

```
> psi1 := r2*cos(theta2) + r3*cos(theta3) - s;
  psi2 := r2*sin(theta2) + r3*sin(theta3);
  psi := Vector(2,[psi1,psi2]);
  psi_q := Matrix(2,3,linalg[ jacobian ](psi,[theta2,theta3,s]));
```

$$\psi 1 := r2\cos(\theta 2) + r3\cos(\theta 3) - s$$

$$\psi 2 := r2\sin(\theta 2) + r3\sin(\theta 3)$$

$$\psi := \begin{bmatrix} r2\cos(\theta 2) + r3\cos(\theta 3) - s \\ r2\sin(\theta 2) + r3\sin(\theta 3) \end{bmatrix}$$

$$psi\_q := \begin{bmatrix} -r2\sin(\theta 2) & -r3\sin(\theta 3) & -1 \\ r2\cos(\theta 2) & r3\cos(\theta 3) & 0 \end{bmatrix}$$

Selezione del minore di psi_q di interesse

INPUT MANOVELLA (theta2 è la coordinata indipendente)

u = theta3, s , v = theta2

```
> psi_u := SubMatrix(psi_q,1..2,2..3);
  equazione := Determinant(psi_u) = 0;
```

$$psi\_u := \begin{bmatrix} -r3\sin(\theta 3) & -1 \\ r3\cos(\theta 3) & 0 \end{bmatrix}$$

$$equazione := r3\cos(\theta 3) = 0$$

```
> solve(equazione,theta3);
```

$$\frac{1}{2}\pi$$

Selezione del minore di psi_q di interesse

INPUT MANOVELLA (s è la coordinata indipendente)

u = theta3, theta4 , v = s

```
> psi_u := SubMatrix(psi_q,1..2,1..2);
  espressione := combine(Determinant(psi_u),trig);
  equazione := simplify(espressione) = 0;
```

$$psi\_u := \begin{bmatrix} -r2\sin(\theta 2) & -r3\sin(\theta 3) \\ r2\cos(\theta 2) & r3\cos(\theta 3) \end{bmatrix}$$

$$espressione := -r2\, r3 \sin(\theta 2 - \theta 3)$$

$$equazione := -r2\, r3 \sin(\theta 2 - \theta 3) = 0$$

METODO DELLE COORDINATE ASSOLUTE
PER IL MANOVELLISMO

x2,y2 = coordinate della mezzeria dell'asta AB
theta2 = angolo di anomalia

x3,y3 = coordinate della mezzeria dell'asta BC
theta3 = angolo di anomalia

s = ascissa relativa allo stantuffo

7 coordinate lagrangiane
6 condizioni di vincolo sulle cerniere A, B, e C

Matrici di spostamento dal riferimento privilegiato al riferimento locale solidale al corpo

Le matrici di spostamento che ci interessano sono D12 e D13

```
> restart :
  with(LinearAlgebra) :
  RM := Matrix(3, 3, [[cos(θ),-sin(θ), 0], [sin(θ), cos(θ), 0], [0, 0,
     1]]);
  TM := Matrix(3, 3, [[1, 0, x], [0, 1, y], [0, 0, 1]]);
  DS := Multiply(TM, RM);
  DS1_2 := subs(θ = θ2, x = x2, y = y2, DS);
  DS1_3 := subs(θ = θ3, x = x3, y = y3, DS);
```

$$RM := \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$TM := \begin{bmatrix} 1 & 0 & x \\ 0 & 1 & y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$DS := \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & x \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$DS1\_2 := \begin{bmatrix} \cos(\theta 2) & -\sin(\theta 2) & x2 \\ \sin(\theta 2) & \cos(\theta 2) & y2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$DS1\_3 := \begin{bmatrix} \cos(\theta 3) & -\sin(\theta 3) & x3 \\ \sin(\theta 3) & \cos(\theta 3) & y3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{1}$$

Coordinate dei punti A , B e C nei riferimenti locali, IN COORDINATE OMOGENEE
(il terzo elemento è sempre 1)

1 = telaio
2 = manovella
3 = biella

```
> A2 := Vector(3, [-r2/2, 0, 1]);
  A1 := Vector(3, [0, 0, 1]);
  B2 := Vector(3, [r2/2, 0, 1]);
  B3 := Vector(3, [-r3/3, 0, 1]);
  C3 := Vector(3, [r3/2, 0, 1]);
  C1 := Vector(3, [s, 0, 1]);
```

$$A2 := \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}\,r2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$A1 := \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$B2 := \begin{bmatrix} \frac{1}{2} r2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$B3 := \begin{bmatrix} -\frac{1}{3} r3 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$C3 := \begin{bmatrix} \frac{1}{2} r3 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$C1 := \begin{bmatrix} s \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad (2)$$

Definizione dell'array delle funzioni di vincolo basate sulla congruenza delle cerniere in A, B e C

```
> psi := Vector(6):
  vincoloA := A1 - MatrixVectorMultiply(DS1_2,A2):
  psi[1] := vincoloA[1];
  psi[2] := vincoloA[2];
  vincoloB := MatrixVectorMultiply(DS1_2,B2) -
  MatrixVectorMultiply(DS1_3,B3):
  psi[3] := vincoloB[1];
  psi[4] := vincoloB[2];
  vincoloC := C1 - MatrixVectorMultiply(DS1_3,C3):
  psi[5] := vincoloC[1];
  psi[6] := vincoloC[2];
```

$$\psi_1 := \frac{1}{2}\cos(\theta 2)\, r2 - x2$$

$$\psi_2 := \frac{1}{2}\sin(\theta 2)\, r2 - y2$$

$$\psi_3 := \frac{1}{2}\cos(\theta 2)\, r2 + x2 + \frac{1}{3}\cos(\theta 3)\, r3 - x3$$

$$\psi_4 := \frac{1}{2}\sin(\theta 2)\, r2 + y2 + \frac{1}{3}\sin(\theta 3)\, r3 - y3$$

$$\psi_5 := s - \frac{1}{2}\cos(\theta 3)\, r3 - x3$$

$$\psi_6 := -\frac{1}{2}\sin(\theta 3)\, r3 - y3$$

calcolo della matrice jacobiana psi_q

```
> psi;
  psi_q := Matrix(6,7,linalg[ jacobian ](psi,[x2,y2,theta2,x3,y3,
  theta3,s]));
```

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{2}\cos(\theta 2)\, r2 - x2 \\ \frac{1}{2}\sin(\theta 2)\, r2 - y2 \\ \frac{1}{2}\cos(\theta 2)\, r2 + x2 + \frac{1}{3}\cos(\theta 3)\, r3 - x3 \\ \frac{1}{2}\sin(\theta 2)\, r2 + y2 + \frac{1}{3}\sin(\theta 3)\, r3 - y3 \\ s - \frac{1}{2}\cos(\theta 3)\, r3 - x3 \\ -\frac{1}{2}\sin(\theta 3)\, r3 - y3 \end{bmatrix}$$

$$psi\_q := \begin{bmatrix} -1 & 0 & -\frac{1}{2}\sin(\theta 2)\, r2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & \frac{1}{2}\cos(\theta 2)\, r2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -\frac{1}{2}\sin(\theta 2)\, r2 & -1 & 0 & -\frac{1}{3}\sin(\theta 3)\, r3 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{1}{2}\cos(\theta 2)\, r2 & 0 & -1 & \frac{1}{3}\cos(\theta 3)\, r3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & \frac{1}{2}\sin(\theta 3)\, r3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -\frac{1}{2}\cos(\theta 3)\, r3 & 0 \end{bmatrix}$$

Selezione della variabile theta2 come coordinata indipendente (movente)

```
> psi_u := SubMatrix(psi_q,1..6,[1..2, 4..7]);
  equazione := Determinant(psi_u) = 0;
  solve(equazione,theta3);
```

$$psi\_u := \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & -\frac{1}{3}\sin(\theta 3)\, r3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & \frac{1}{3}\cos(\theta 3)\, r3 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & \frac{1}{2}\sin(\theta 3)\, r3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -\frac{1}{2}\cos(\theta 3)\, r3 & 0 \end{bmatrix}$$

$$equazione := \frac{5}{6}\cos(\theta 3)\, r3 = 0$$

$$\frac{1}{2}\pi$$

Selezione della variabile s come coordinata lagrangiana indipendente (movente)

```
> psi_u := SubMatrix(psi_q,1..6,1..6);
  equazione := Determinant(psi_u) = 0;
  espressione := combine(Determinant(psi_u),trig);
```

```
equazione := simplify(espressione) = 0;
```

$$psi\_u := \begin{bmatrix} -1 & 0 & -\frac{1}{2}\sin(\theta 2)\, r2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & \frac{1}{2}\cos(\theta 2)\, r2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -\frac{1}{2}\sin(\theta 2)\, r2 & -1 & 0 & -\frac{1}{3}\sin(\theta 3)\, r3 \\ 0 & 1 & \frac{1}{2}\cos(\theta 2)\, r2 & 0 & -1 & \frac{1}{3}\cos(\theta 3)\, r3 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & \frac{1}{2}\sin(\theta 3)\, r3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -\frac{1}{2}\cos(\theta 3)\, r3 \end{bmatrix}$$

$$equazione := -\frac{5}{6}\sin(\theta 2)\, r2\cos(\theta 3)\, r3 + \frac{5}{6}\cos(\theta 2)\, r2\sin(\theta 3)\, r3 = 0$$

$$espressione := -\frac{5}{6}\, r2\, r3\sin(\theta 2 - \theta 3)$$

$$equazione := -\frac{5}{6}\, r2\, r3\sin(\theta 2 - \theta 3) = 0$$